



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°233



CAPU0233

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 5 et 2.
- **B** est la somme des carrés de 5 et de 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 4)^2 \quad D = 27 - 5 \times 4 \quad E = 10 + 4 \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

202 divisé par 5 2 149 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 341 par 10 ? Justifier.

$$(a) 341 = 10 \times 35 - 9 \quad (b) 341 = 10 \times 34 + 1 \quad (c) 341 = 10 \times 33 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 38 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
205					
2 854					
7 810					
3 213					
237					

2. Dans le nombre $49\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 168 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°233



CAPU0233

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 2 + 3 \times 5 \quad B = 5 + 30 \div 5 \times 4$$

$$C = (6 \times 7 - 4) \div 4 \quad D = 3,6 + 5 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 5 - 9 \times 3 = 78 \quad 7 \times 9 \times 2 + 6 = 168$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 \quad F = 33 \times 101 \quad G = 44 + 5,05 + 56$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 5 + 5 + 5 \quad 10 \times 10$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 4 \times 5^2 = 20^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 8 ; 135 ; 121 ; 144 ; 133

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 5 \quad B = (5 \times 6)^2 - 5$$

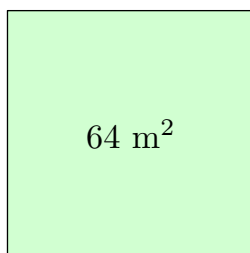
$$C = 6^2 + 2^2 \quad D = (6 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 3$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 64 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 55 et 109.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°233



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$

$$B = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$$D = 27 - 5 \times 4 \text{ est une } \mathbf{\text{différence}} : \text{c'est la différence entre 27 et le produit de 5 par 4.}$$

$$E = 10 + 4 \times 7 \text{ est une } \mathbf{\text{somme}} : \text{c'est la somme de 10 et du produit de 4 par 7.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 40 = 200 \leq 202 < 205 = 5 \times 41$: le quotient est 40, le reste $202 - 200 = 2$.

$$\mathbf{202 = 5 \times 40 + 2}, \text{ avec } 2 < 5.$$

$$27 \times 79 = 2\,133 \leq 2\,149 < 2\,160 = 27 \times 80 : \text{le quotient est 79, le reste } 2\,149 - 2\,133 = 16.$$

$$\mathbf{2\,149 = 27 \times 79 + 16}, \text{ avec } 16 < 27.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $341 = 10 \times 35 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $341 = 10 \times 34 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $341 = 10 \times 33 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 34, reste 1.

Comme $1 < 34$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 341 par 34 : quotient 10, reste 1.

3. $38 = 8 \times 4 + 6$

4 minibus pleins transportent 32 élèves ; il en reste 6 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 6 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°233



CAPU0233

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
205	non	non	oui	non	non
2 854	oui	non	non	non	non
7 810	oui	non	oui	non	oui
3 213	non	oui	non	oui	non
237	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$205 \rightarrow 2 + 0 + 5 = 7 \quad 2\,854 \rightarrow 2 + 8 + 5 + 4 = 19 \quad 7\,810 \rightarrow 7 + 8 + 1 + 0 = 16$$

$$3\,213 \rightarrow 3 + 2 + 1 + 3 = 9 \quad 237 \rightarrow 2 + 3 + 7 = 12$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 9 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 495.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 168 est un multiple de 6. » **Vrai.** $168 = 6 \times 28$: le reste de la division de 168 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 2 + 3 \times 5 = 2 + 15 = 17$

$$B = 5 + 30 \div 5 \times 4 = 5 + 6 \times 4 = 5 + 24 = 29$$

$$C = (6 \times 7 - 4) \div 4 = (42 - 4) \div 4 = 38 \div 4 = 9,5$$

$$D = 3,6 + 5 \times 0,5 = 3,6 + 2,5 = 6,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 \times 5 - 9) \times 3 = (35 - 9) \times 3 = 26 \times 3 = 78$$

$$7 \times (9 \times 2 + 6) = 7 \times (18 + 6) = 7 \times 24 = 168$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

$$F = 33 \times 101 = 33 \times (100 + 1) = 33 \times 100 + 33 \times 1 = 3\,300 + 33 = 3\,333$$

$$G = 44 + 5,05 + 56 = 44 + 56 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°233



CAPU0233

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $10 \times 10 = 10^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux**. $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

$121 = 11^2$: **carré** 133 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2$)

135 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 135 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 5 = 5 \times 36 - 5 = 180 - 5 = 175$

$B = (5 \times 6)^2 - 5 = 30^2 - 5 = 900 - 5 = 895$

$C = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

$D = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 3$: $2n^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$

Pour $n = 10$: $2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\ 000 = 2\ 000$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 64 : $8 \times 8 = 64$, c'est-à-dire $8^2 = 64$.

a) Le côté mesure 8 m.

$4 \times 8 = 32$

b) Le périmètre est de 32 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 55 et 109. » → encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 64, 81, 100.

« Je suis divisible par 9. » → reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).