



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°234



CAPU0234

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 5 \times 2^2 - 13 \quad D = 11 + 48 \div 8 \quad E = (2 + 8) \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

836 divisé par 8 1 539 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 247 par 9 ? Justifier.

$$(a) 247 = 9 \times 28 - 5 \quad (b) 247 = 9 \times 27 + 4 \quad (c) 247 = 9 \times 26 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 568					
3 200					
905					
201					
7 713					

2. Dans le nombre $7\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 142 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°234



CAPU0234

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 10 + 8 \times 7 \quad B = 72 \div 8 \times 2$$

$$C = (6 + 2) \times 5 - 12 \quad D = 2,7 + 5 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 9 \times 9 - 9 = 0 \quad 6 - 3 + 6 \times 8 = 72$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 22 \times 83 - 22 \times 73 \quad F = 28 \times 9 \quad G = 28 + 3,45 + 72$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 12 \times 12 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 3^2 = 6^2 \quad 1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 25 ; 76 ; 16 ; 86 ; 93

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 9 \quad B = (2 \times 5)^2 - 9$$

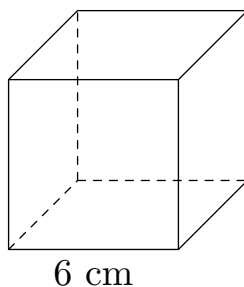
$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $4a^2$ pour $a = 6$, puis pour $a = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 25 et 65.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°234



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 2^2 - 13$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 2 et 13.

$D = 11 + 48 \div 8$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du quotient de 48 par 8.

$E = (2 + 8) \times 6$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 2 et 8 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 104 = 832 \leq 836 < 840 = 8 \times 105$: le quotient est 104, le reste $836 - 832 = 4$.

$836 = 8 \times 104 + 4$, avec $4 < 8$.

$29 \times 53 = 1\,537 \leq 1\,539 < 1\,566 = 29 \times 54$: le quotient est 53, le reste $1\,539 - 1\,537 = 2$.

$1\,539 = 29 \times 53 + 2$, avec $2 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $247 = 9 \times 28 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $247 = 9 \times 27 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $247 = 9 \times 26 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 27, reste 4.

Comme $4 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 247 par 27 : quotient 9, reste 4.

3. $108 = 5 \times 21 + 3$, avec $3 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 21 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 568	oui	non	non	non	non
3 200	oui	non	oui	non	oui
905	non	non	oui	non	non
201	non	oui	non	non	non
7 713	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°234



CAPU0234

Sommes des chiffres :

$$1\ 568 \rightarrow 1 + 5 + 6 + 8 = 20 \quad 3\ 200 \rightarrow 3 + 2 + 0 + 0 = 5 \quad 905 \rightarrow 9 + 0 + 5 = 14$$
$$201 \rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 \quad 7\ 713 \rightarrow 7 + 7 + 1 + 3 = 18$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 7 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 15; \square = 4 : 18; \square = 7 : 21$$

3 solutions : 717, 747, 777.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 513, somme des chiffres 9.

« 142 est un multiple de 5. » **Faux.** $142 = 5 \times 28 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 10 + 8 \times 7 = 10 + 56 = 66$

$$B = 72 \div 8 \times 2 = 9 \times 2 = 18$$

$$C = (6 + 2) \times 5 - 12 = 8 \times 5 - 12 = 40 - 12 = 28$$

$$D = 2,7 + 5 \times 2,5 = 2,7 + 12,5 = 15,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times 9 \times (9 - 9) = 7 \times 9 \times 0 = 63 \times 0 = 0$$

$$(6 - 3 + 6) \times 8 = (3 + 6) \times 8 = 9 \times 8 = 72$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 22 \times 83 - 22 \times 73 = 22 \times (83 - 73) = 22 \times 10 = 220$$

$$F = 28 \times 9 = 28 \times (10 - 1) = 28 \times 10 - 28 \times 1 = 280 - 28 = 252$$

$$G = 28 + 3,45 + 72 = 28 + 72 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $12 \times 12 = 12^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $2 \times 3^2 = 6^2$ » **Faux.** $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, alors que $6^2 = 36$. Le carré ne porte que sur 3.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$76 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 76 < 81 = 9^2) \quad 86 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 86 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°234



CAPU0234

93 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 93 < 100 = 10^2$) $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 9 = 2 \times 25 - 9 = 50 - 9 = 41$

$$B = (2 \times 5)^2 - 9 = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 6 : 4a^2 = 4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144$$

$$\text{Pour } a = 0,5 : 4a^2 = 4 \times 0,5^2 = 4 \times 0,25 = 1$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 25 et 65. » $\rightarrow$ encore 39 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).