



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°235



CAPU0235

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 3.
- **B** est le double du carré de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 9^2 \quad D = (2 \times 6)^2 \quad E = 6 + 54 \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

831 divisé par 9 646 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 221 par 7 ? Justifier.

$$(a) 221 = 7 \times 31 + 4 \quad (b) 221 = 7 \times 30 + 11 \quad (c) 221 = 7 \times 32 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 80 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 137					
8 074					
4 400					
175					
111					

2. Dans le nombre $16\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 4 est un diviseur de 60.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°235



CAPU0235

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 54 - 6 \times 9 \quad B = 48 \div 6 \times 4$$

$$C = (9 \times 3 - 7) \div 2 \quad D = 3 \times [21 - (9 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 6 \times 8 + 3 = 69 \quad 9 - 8 + 9 \times 5 = 50$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 22 \times 11 \quad F = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 \quad G = 5 \times 45 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 6 + 6 + 6 \quad 8 \times 8 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2 \times 6^2 = 12^2 \quad 7^2 = 14$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

108 ; 81 ; 144 ; 80 ; 64 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 9 \quad B = (3 \times 2)^2 - 9$$

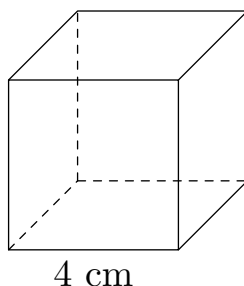
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 4 = 5n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 30 et 65.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

$$B = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$$D = (2 \times 6)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 6.}$$

$$E = 6 + 54 \div 6 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 6 et du quotient de 54 par 6.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 92 = 828 \leq 831 < 837 = 9 \times 93$: le quotient est 92, le reste $831 - 828 = 3$.

$$831 = 9 \times 92 + 3, \text{ avec } 3 < 9.$$

$$28 \times 23 = 644 \leq 646 < 672 = 28 \times 24 : \text{le quotient est 23, le reste } 646 - 644 = 2.$$

$$646 = 28 \times 23 + 2, \text{ avec } 2 < 28.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $221 = 7 \times 31 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $221 = 7 \times 30 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(c) $221 = 7 \times 32 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 31, reste 4.

Comme $4 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 221 par 31 : quotient 7, reste 4.

3. $80 = 15 \times 5 + 5$

5 minibus pleins transportent 75 élèves ; il en reste 5 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 5 = 10$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°235



CAPU0235

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 137	non	oui	non	oui	non
8 074	oui	non	non	non	non
4 400	oui	non	oui	non	oui
175	non	non	oui	non	non
111	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$7\ 137 \rightarrow 7 + 1 + 3 + 7 = 18 \quad 8\ 074 \rightarrow 8 + 0 + 7 + 4 = 19 \quad 4\ 400 \rightarrow 4 + 4 + 0 + 0 = 8$$

$$175 \rightarrow 1 + 7 + 5 = 13 \quad 111 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 6 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9; \square = 8 : 15$$

2 solutions : 162, 168.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 4 est un diviseur de 60. » **Vrai.** $60 = 4 \times 15$: le reste de la division de 60 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 54 - 6 \times 9 = 54 - 54 = 0$

$$B = 48 \div 6 \times 4 = 8 \times 4 = 32$$

$$C = (9 \times 3 - 7) \div 2 = (27 - 7) \div 2 = 20 \div 2 = 10$$

$$D = 3 \times [21 - (9 + 7)] = 3 \times [21 - 16] = 3 \times 5 = 15$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 + 6 \times (8 + 3) = 3 + 6 \times 11 = 3 + 66 = 69$$

$$(9 - 8 + 9) \times 5 = (1 + 9) \times 5 = 10 \times 5 = 50$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 22 \times 11 = 22 \times (10 + 1) = 22 \times 10 + 22 \times 1 = 220 + 22 = 242$$

$$F = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 = 3,6 \times (0,8 + 0,2) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 5 \times 45 \times 20 = 5 \times 20 \times 45 = 100 \times 45 = 4\ 500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°235



CAPU0235

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $8 \times 8 = 8^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $6^3 = 216$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $2 \times 6^2 = 12^2$ » **Faux.** $2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 6.

« $7^2 = 14$ » **Faux.** $7^2 = 7 \times 7 = 49$. L'exposant ne multiplie pas : $7 \times 2 = 14$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube !**

80 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 80 < 81 = 9^2$) $81 = 9^2$: **carré**

108 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 108 < 121 = 11^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 9 = 3 \times 4 - 9 = 12 - 9 = 3$

$B = (3 \times 2)^2 - 9 = 6^2 - 9 = 36 - 9 = 27$

$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$ et $5n = 5 \times 1 = 5$.

5 = 5 : l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Pour $n = 5$: $n^2 + 4 = 5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$ et $5n = 5 \times 5 = 25$.

29 $\neq$ 25 : l'égalité est fausse pour $n = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 1 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 30 et 65. » $\rightarrow$ encore 34 possibilités.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°235



CAPU0235

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 36, 64.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).