



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°236



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9 + 4 \times 5 \quad \mathbf{D} = 3 \times 4^2 - 17 \quad \mathbf{E} = 3 \times (9 - 8)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

199 divisé par 3 623 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 124 par 9 ? Justifier.

$$(a) 124 = 9 \times 13 + 7 \quad (b) 124 = 9 \times 12 + 16 \quad (c) 124 = 9 \times 14 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 263 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 263 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 742					
321					
1 071					
695					
1 510					

2. Dans le nombre $3\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 120 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°236



CAPU0236

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 27 + 2 \times 6 \quad B = 49 \div 7 \times 3$$

$$C = (6 + 9) \times 4 - 12 \quad D = [6 + 6 \times (9 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 7 + 6 + 8 = 73 \quad 8 + 6 \times 6 - 8 = 76$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 26 + 17 \times 74 \quad F = 5 \times 51 \times 20 \quad G = 31 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 7 + 7 + 7 \quad 11 \times 11$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 1^3 = 1 \quad 3^2 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 121 ; 72 ; 143 ; 27 ; 150

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 7 \quad B = (2 \times 3)^2 - 7$$

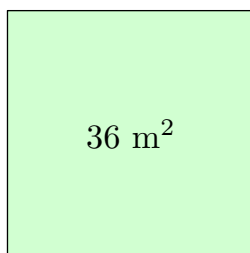
$$C = 3^2 + 1^2 \quad D = (3 + 1)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 8$ et $B = (3x)^2 - 8$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 36 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 186 et 233.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°236



CAPU0236

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 + 4 \times 5$ est une **somme** : c'est la somme de 9 et du produit de 4 par 5.

$D = 3 \times 4^2 - 17$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 4 et 17.

$E = 3 \times (9 - 8)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 9 et 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 66 = 198 \leq 199 < 201 = 3 \times 67$: le quotient est 66, le reste $199 - 198 = 1$.

$199 = 3 \times 66 + 1$, avec $1 < 3$.

$21 \times 29 = 609 \leq 623 < 630 = 21 \times 30$: le quotient est 29, le reste $623 - 609 = 14$.

$623 = 21 \times 29 + 14$, avec $14 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $124 = 9 \times 13 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $124 = 9 \times 12 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $124 = 9 \times 14 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 13, reste 7.

Comme $7 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 124 par 13 : quotient 9, reste 7.

3. $263 = 7 \times 37 + 4$

a) 263 jours font 37 semaines complètes et 4 jours.

Après 37 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 4 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 263 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 742	oui	non	non	non	non
321	non	oui	non	non	non
1 071	non	oui	non	oui	non
695	non	non	oui	non	non
1 510	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°236



CAPU0236

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,742 &\rightarrow 3 + 7 + 4 + 2 = 16 & 321 &\rightarrow 3 + 2 + 1 = 6 & 1\,071 &\rightarrow 1 + 0 + 7 + 1 = 9 \\ 695 &\rightarrow 6 + 9 + 5 = 20 & 1\,510 &\rightarrow 1 + 5 + 1 + 0 = 7 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 1 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 351.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 120 est un multiple de 8. » **Vrai.** $120 = 8 \times 15$: le reste de la division de 120 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 + 2 \times 6 = 27 + 12 = 39$

$$B = 49 \div 7 \times 3 = 7 \times 3 = 21$$

$$C = (6 + 9) \times 4 - 12 = 15 \times 4 - 12 = 60 - 12 = 48$$

$$D = [6 + 6 \times (9 - 2)] \div 2 = [6 + 6 \times 7] \div 2 = [6 + 42] \div 2 = 48 \div 2 = 24$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (7 + 6) + 8 = 5 \times 13 + 8 = 65 + 8 = 73$$

$$(8 + 6) \times 6 - 8 = 14 \times 6 - 8 = 84 - 8 = 76$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 26 + 17 \times 74 = 17 \times (26 + 74) = 17 \times 100 = 1\,700$$

$$F = 5 \times 51 \times 20 = 5 \times 20 \times 51 = 100 \times 51 = 5\,100$$

$$G = 31 \times 11 = 31 \times (10 + 1) = 31 \times 10 + 31 \times 1 = 310 + 31 = 341$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

$$1. \quad 5 \times 5 \times 5 = 5^3 \quad 1,1 \times 1,1 = 1,1^2 \quad 11 \times 11 = 11^2$$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

$$2. \quad 6^2 = 6 \times 6 = 36 \quad 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 \quad 0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 3^2 = 6 \text{ » Faux. } 3^2 = 3 \times 3 = 9. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 3 \times 2 = 6, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 72 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 72 < 81 = 9^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 143 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2)$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 150 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°236



CAPU0236

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 7 = 2 \times 9 - 7 = 18 - 7 = 11$

$$B = (2 \times 3)^2 - 7 = 6^2 - 7 = 36 - 7 = 29$$

$$C = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

$$D = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 8 = 3 \times 4^2 - 8 = 3 \times 16 - 8 = 48 - 8 = 40$$

$$B = (3x)^2 - 8 = (3 \times 4)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 3x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36 : $6 \times 6 = 36$, c'est-à-dire $6^2 = 36$.

a) Le côté mesure 6 m.

$$4 \times 6 = 24$$

b) Le périmètre est de 24 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté², son périmètre 4 $\times$ côté.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 186 et 233. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).