



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°237



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 20 et 25 par 5.
- **B** est la somme de 20 et du quotient de 25 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 17 + 18 \div 6 \quad \mathbf{D} = (2 \times 6)^2 \quad \mathbf{E} = (8 + 3) \times 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

789 divisé par 8 2 471 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 366 par 11 ? Justifier.

$$(a) 366 = 11 \times 34 - 8 \quad (b) 366 = 11 \times 33 + 3 \quad (c) 366 = 11 \times 32 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 189 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 452					
7 371					
605					
6 670					
231					

2. Dans le nombre $69\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 136 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°237



CAPU0237

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 44 - 6 \times 5 \quad B = 15 \div 3 \times 2$$

$$C = (8 \times 7 - 8) \div 2 \quad D = [3 + 5 \times (9 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 6 - 5 + 7 = 42 \quad 7 + 5 \times 7 \times 3 = 126$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 85 \times 25 \quad F = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 \quad G = 40 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 7 + 7 + 7 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad (2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

134 ; 25 ; 8 ; 36 ; 105 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 9 \quad B = (4 \times 6)^2 - 9$$

$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $(n + 3)^2$ pour $n = 2$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 66 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 134 et 198. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°237



CAPU0237

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (20 + 25) \div 5 = 45 \div 5 = 9$

$B = 20 + 25 \div 5 = 20 + 5 = 25$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 17 + 18 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 17 et du quotient de 18 par 6.

$D = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = (8 + 3) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 8 et 3 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 98 = 784 \leq 789 < 792 = 8 \times 99$: le quotient est 98, le reste $789 - 784 = 5$.

$789 = 8 \times 98 + 5$, avec $5 < 8$.

$27 \times 91 = 2\,457 \leq 2\,471 < 2\,484 = 27 \times 92$: le quotient est 91, le reste $2\,471 - 2\,457 = 14$.

$2\,471 = 27 \times 91 + 14$, avec $14 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $366 = 11 \times 34 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $366 = 11 \times 33 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $366 = 11 \times 32 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 33, reste 3.

Comme $3 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 366 par 33 : quotient 11, reste 3.

3. $189 = 20 \times 9 + 9$

En 9 soirs, elle lit 180 pages ; il lui en reste encore 9.

a) **Il lui faut $9 + 1 = 10$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 9 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 452	oui	non	non	non	non
7 371	non	oui	non	oui	non
605	non	non	oui	non	non
6 670	oui	non	oui	non	oui
231	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°237



CAPU0237

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\,452 &\rightarrow 2 + 4 + 5 + 2 = 13 & 7\,371 &\rightarrow 7 + 3 + 7 + 1 = 18 & 605 &\rightarrow 6 + 0 + 5 = 11 \\ 6\,670 &\rightarrow 6 + 6 + 7 + 0 = 19 & 231 &\rightarrow 2 + 3 + 1 = 6 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $6 + 9 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15 ; \square = 6 : 21$$

2 solutions : 690, 696.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 333, somme des chiffres 9.

« 136 est un multiple de 8. » **Vrai.** $136 = 8 \times 17$: le reste de la division de 136 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 44 - 6 \times 5 = 44 - 30 = 14$

$$B = 15 \div 3 \times 2 = 5 \times 2 = 10$$

$$C = (8 \times 7 - 8) \div 2 = (56 - 8) \div 2 = 48 \div 2 = 24$$

$$D = [3 + 5 \times (9 - 4)] \div 2 = [3 + 5 \times 5] \div 2 = [3 + 25] \div 2 = 28 \div 2 = 14$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times 6 - (5 + 7) = 9 \times 6 - 12 = 54 - 12 = 42$$

$$(7 + 5 \times 7) \times 3 = (7 + 35) \times 3 = 42 \times 3 = 126$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 85 \times 25 = 4 \times 25 \times 85 = 100 \times 85 = 8\,500$$

$$F = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 = 4,5 \times (1,3 + 8,7) = 4,5 \times 10 = 45$$

$$G = 40 \times 101 = 40 \times (100 + 1) = 40 \times 100 + 40 \times 1 = 4\,000 + 40 = 4\,040$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } (2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2 \text{ » Faux. } (2 + 5)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°237



CAPU0237

105 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 105 < 121 = 11^2$) 134 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 9 = 4 \times 36 - 9 = 144 - 9 = 135$

$$B = (4 \times 6)^2 - 9 = 24^2 - 9 = 576 - 9 = 567$$

$$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

$$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 2 : (n + 3)^2 = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

$$\text{Pour } n = 0,5 : (n + 3)^2 = (0,5 + 3)^2 = 3,5^2 = 12,25$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 66 :

$$8^2 = 64 \leq 66 \text{ et } 9^2 = 81 > 66.$$

a) Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.

$$66 - 64 = 2$$

b) Il lui restera 2 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 134 et 198. » $\rightarrow$ encore 63 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).