



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°238



CAPU0238

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 3.
- **B** est le carré du double de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 5)^2 \quad D = 5^2 + 7^2 \quad E = 2 \times (13 - 8)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

364 divisé par 8 1 296 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 172 par 12 ? Justifier.

$$(a) 172 = 12 \times 15 - 8 \quad (b) 172 = 12 \times 14 + 4 \quad (c) 172 = 12 \times 13 + 16$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 91 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
655					
1 820					
7 034					
381					
5 157					

2. Dans le nombre $34\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 110.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°238



CAPU0238

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 29 + 5 \times 8 \quad B = 3 \times 9 - 2 \times 2$$

$$C = (9 + 3) \times 2 - 15 \quad D = [2 + 3 \times (12 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 - 4 + 3 \times 3 = 21 \quad 7 \times 7 - 2 - 3 = 14$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 22 \times 5 \quad F = 36 \times 63 + 36 \times 37 \quad G = 39 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$11 \times 11 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 2 + 2 + 2 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4^3 = 12 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 122 ; 13 ; 8 ; 81 ; 74

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 5 \quad B = (5 \times 3)^2 - 5$$

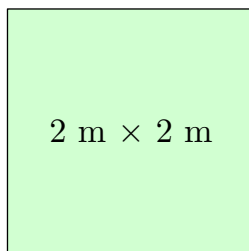
$$C = 2^2 + 1^2 \quad D = (2 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 2a$ pour $a = 2$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 35 et 74.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°238



CAPU0238

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

$B = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = 5^2 + 7^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 7.

$E = 2 \times (13 - 8)$ est un **produit** : c'est le produit de 2 par la différence entre 13 et 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 45 = 360 \leq 364 < 368 = 8 \times 46$: le quotient est 45, le reste $364 - 360 = 4$.

$364 = 8 \times 45 + 4$, avec $4 < 8$.

$15 \times 86 = 1\,290 \leq 1\,296 < 1\,305 = 15 \times 87$: le quotient est 86, le reste $1\,296 - 1\,290 = 6$.

$1\,296 = 15 \times 86 + 6$, avec $6 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $172 = 12 \times 15 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $172 = 12 \times 14 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $172 = 12 \times 13 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 14, reste 4.

Comme $4 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 172 par 14 : quotient 12, reste 4.

3. $91 = 6 \times 15 + 1$, avec $1 < 6$

a) Elle remplit 15 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
655	non	non	oui	non	non
1 820	oui	non	oui	non	oui
7 034	oui	non	non	non	non
381	non	oui	non	non	non
5 157	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°238



CAPU0238

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 655 &\rightarrow 6 + 5 + 5 = 16 & 1\,820 &\rightarrow 1 + 8 + 2 + 0 = 11 & 7\,034 &\rightarrow 7 + 0 + 3 + 4 = 14 \\ 381 &\rightarrow 3 + 8 + 1 = 12 & 5\,157 &\rightarrow 5 + 1 + 5 + 7 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $3 + 4 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9; \square = 8 : 15$$

2 solutions : 342, 348.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 972, somme des chiffres 18.

« 6 est un diviseur de 110. » **Faux.** $110 = 6 \times 18 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 29 + 5 \times 8 = 29 + 40 = 69$

$$B = 3 \times 9 - 2 \times 2 = 27 - 4 = 23$$

$$C = (9 + 3) \times 2 - 15 = 12 \times 2 - 15 = 24 - 15 = 9$$

$$D = [2 + 3 \times (12 - 3)] \div 2 = [2 + 3 \times 9] \div 2 = [2 + 27] \div 2 = 29 \div 2 = 14,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 - 4 + 3) \times 3 = (4 + 3) \times 3 = 7 \times 3 = 21$$

$$7 \times (7 - 2 - 3) = 7 \times (5 - 3) = 7 \times 2 = 14$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 22 \times 5 = 2 \times 5 \times 22 = 10 \times 22 = 220$$

$$F = 36 \times 63 + 36 \times 37 = 36 \times (63 + 37) = 36 \times 100 = 3\,600$$

$$G = 39 \times 99 = 39 \times (100 - 1) = 39 \times 100 - 39 \times 1 = 3\,900 - 39 = 3\,861$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $11 \times 11 = 11^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 13 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 13 < 16 = 4^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 74 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°238



CAPU0238

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 122 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 122 < 144 = 12^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 5 \times 3^2 - 5 = 5 \times 9 - 5 = 45 - 5 = 40$$

$$B = (5 \times 3)^2 - 5 = 15^2 - 5 = 225 - 5 = 220$$

$$C = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$$

$$D = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 2 : a^2 + 2a = 2^2 + 2 \times 2 = 4 + 2 \times 2 = 4 + 4 = 8$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^2 + 2a = 10^2 + 2 \times 10 = 100 + 2 \times 10 = 100 + 20 = 120$$

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$2 \times 2 = 4$$

a) Il faut 4 carreaux le long d'un côté.

$$4 \text{ rangées de 4 carreaux} : 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

b) Il faut 16 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 35 et 74. » $\rightarrow$ encore 38 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).