



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°239



CAPU0239

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 5 et 4 par 8.
- **B** est la somme de 5 et du produit de 4 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 2^2 + 1^2 \quad \mathbf{D} = 5 \times (12 - 6) \quad \mathbf{E} = 11^2 - 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

799 divisé par 7 2 152 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 175 par 13 ? Justifier.

$$(a) 175 = 13 \times 13 + 6 \quad (b) 175 = 13 \times 12 + 19 \quad (c) 175 = 13 \times 14 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 129 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 644					
215					
4 887					
6 040					
411					

2. Dans le nombre $5\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 93.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°239



CAPU0239

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 20 + 4 \times 5 \quad B = 5 \times 6 - 2 \times 3$$

$$C = (4 \times 5 - 8) \div 2 \quad D = 3 \times [36 - (6 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 9 \times 4 + 7 = 101 \quad 9 + 3 \times 6 \times 2 = 144$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 90 \times 50 \quad F = 18 \times 85 - 18 \times 75 \quad G = 30 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 + 7 + 7 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 3^2 = 6 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 61 ; 112 ; 26 ; 25 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 7 \quad B = (5 \times 4)^2 - 7$$

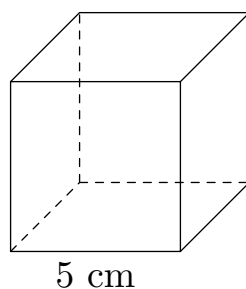
$$C = 5^2 + 1^2 \quad D = (5 + 1)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 5$ et $B = (3x)^2 - 5$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 48 et 105.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°239



CAPU0239

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 4) \times 8 = 9 \times 8 = 72$

$B = 5 + 4 \times 8 = 5 + 32 = 37$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2^2 + 1^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 2 et de 1.

$D = 5 \times (12 - 6)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 12 et 6.

$E = 11^2 - 4$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 11 et 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 114 = 798 \leq 799 < 805 = 7 \times 115$: le quotient est 114, le reste $799 - 798 = 1$.

$799 = 7 \times 114 + 1$, avec $1 < 7$.

$24 \times 89 = 2\,136 \leq 2\,152 < 2\,160 = 24 \times 90$: le quotient est 89, le reste $2\,152 - 2\,136 = 16$.

$2\,152 = 24 \times 89 + 16$, avec $16 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $175 = 13 \times 13 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 13. ✓

(b) $175 = 13 \times 12 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $175 = 13 \times 14 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 13, reste 6.

Comme $6 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 175 par 13 : quotient 13, reste 6.

3. $129 = 15 \times 8 + 9$

En 8 soirs, elle lit 120 pages ; il lui en reste encore 9.

a) **Il lui faut $8 + 1 = 9$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 9 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 644	oui	non	non	non	non
215	non	non	oui	non	non
4 887	non	oui	non	oui	non
6 040	oui	non	oui	non	oui
411	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°239



CAPU0239

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 8\ 644 \rightarrow 8 + 6 + 4 + 4 = 22 & 215 \rightarrow 2 + 1 + 5 = 8 & 4\ 887 \rightarrow 4 + 8 + 8 + 7 = 27 \\ 6\ 040 \rightarrow 6 + 0 + 4 + 0 = 10 & 411 \rightarrow 4 + 1 + 1 = 6 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 9 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 549.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 53 se termine par 3, mais $53 = 3 \times 17 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 4 est un diviseur de 93. » **Faux.** $93 = 4 \times 23 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 20 + 4 \times 5 = 20 + 20 = 40$

$$B = 5 \times 6 - 2 \times 3 = 30 - 6 = 24$$

$$C = (4 \times 5 - 8) \div 2 = (20 - 8) \div 2 = 12 \div 2 = 6$$

$$D = 3 \times [36 - (6 + 2)] = 3 \times [36 - 8] = 3 \times 28 = 84$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 + 9 \times (4 + 7) = 2 + 9 \times 11 = 2 + 99 = 101$$

$$(9 + 3) \times 6 \times 2 = 12 \times 6 \times 2 = 72 \times 2 = 144$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 90 \times 50 = 2 \times 50 \times 90 = 100 \times 90 = 9\ 000$$

$$F = 18 \times 85 - 18 \times 75 = 18 \times (85 - 75) = 18 \times 10 = 180$$

$$G = 30 \times 99 = 30 \times (100 - 1) = 30 \times 100 - 30 \times 1 = 3\ 000 - 30 = 2\ 970$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $4 \times 4 = 4^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $3^2 = 6$ » **Faux.** $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

« $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$26 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2) \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$61 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 61 < 64 = 8^2) \quad 112 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°239



CAPU0239

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 7 = 5 \times 16 - 7 = 80 - 7 = 73$

$$B = (5 \times 4)^2 - 7 = 20^2 - 7 = 400 - 7 = 393$$

$$C = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$$

$$D = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 5 = 3 \times 5^2 - 5 = 3 \times 25 - 5 = 75 - 5 = 70$$

$$B = (3x)^2 - 5 = (3 \times 5)^2 - 5 = 15^2 - 5 = 225 - 5 = 220$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 3x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 48 et 105. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81, 100.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).