



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°24



CAPU0024

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 12 et 3 par 3.
- **B** est la différence entre 12 et le produit de 3 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 3)^2 \quad D = 2 \times 6^2 \quad E = 8^2 + 5^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

187 divisé par 6 945 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 299 par 11 ? Justifier.

$$(a) 299 = 11 \times 27 + 2 \quad (b) 299 = 11 \times 26 + 13 \quad (c) 299 = 11 \times 28 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 48 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 078					
951					
995					
6 939					
8 120					

2. Dans le nombre $87\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 143 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°24



CAPU0024

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 34 - 6 + 6 \quad B = 6 \times 4 - 4 \times 2$$

$$C = (8 \times 9 - 1) \div 4 \quad D = [2 + 8 \times (9 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 3 + 3 \times 2 = 14 \quad 6 \times 5 - 7 - 5 = 28$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 15 \times 50 \quad F = 29 \times 9 \quad G = 36 \times 51 + 36 \times 49$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 9 + 9 + 9 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 3^3 = 9 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 74 ; 143 ; 25 ; 8 ; 142

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 5 \quad B = (4 \times 3)^2 - 5$$

$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 9a$ pour $a = 3$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 104 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 95 et 137. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (12 - 3) \times 3 = 9 \times 3 = 27$

$B = 12 - 3 \times 3 = 12 - 9 = 3$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$D = 2 \times 6^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 6.

$E = 8^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 31 = 186 \leq 187 < 192 = 6 \times 32$: le quotient est 31, le reste $187 - 186 = 1$.

$187 = 6 \times 31 + 1$, avec $1 < 6$.

$19 \times 49 = 931 \leq 945 < 950 = 19 \times 50$: le quotient est 49, le reste $945 - 931 = 14$.

$945 = 19 \times 49 + 14$, avec $14 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $299 = 11 \times 27 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $299 = 11 \times 26 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $299 = 11 \times 28 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 27, reste 2.

Comme $2 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 299 par 27 : quotient 11, reste 2.

3. $48 = 9 \times 5 + 3$

5 minibus pleins transportent 45 élèves ; il en reste 3 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 3 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°24



CAPU0024

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 078	oui	non	non	non	non
951	non	oui	non	non	non
995	non	non	oui	non	non
6 939	non	oui	non	oui	non
8 120	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$5\,078 \rightarrow 5 + 0 + 7 + 8 = 20 \quad 951 \rightarrow 9 + 5 + 1 = 15 \quad 995 \rightarrow 9 + 9 + 5 = 23$$

$$6\,939 \rightarrow 6 + 9 + 3 + 9 = 27 \quad 8\,120 \rightarrow 8 + 1 + 2 + 0 = 11$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 7 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15; \square = 6 : 21$$

2 solutions : 870, 876.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 828, somme des chiffres 18.

« 143 est un multiple de 6. » **Faux**. $143 = 6 \times 23 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 34 - 6 + 6 = 28 + 6 = 34$

$$B = 6 \times 4 - 4 \times 2 = 24 - 8 = 16$$

$$C = (8 \times 9 - 1) \div 4 = (72 - 1) \div 4 = 71 \div 4 = 17,75$$

$$D = [2 + 8 \times (9 - 4)] \div 5 = [2 + 8 \times 5] \div 5 = [2 + 40] \div 5 = 42 \div 5 = 8,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 + (3 + 3) \times 2 = 2 + 6 \times 2 = 2 + 12 = 14$$

$$6 \times 5 - (7 - 5) = 6 \times 5 - 2 = 30 - 2 = 28$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 15 \times 50 = 2 \times 50 \times 15 = 100 \times 15 = 1\,500$$

$$F = 29 \times 9 = 29 \times (10 - 1) = 29 \times 10 - 29 \times 1 = 290 - 29 = 261$$

$$G = 36 \times 51 + 36 \times 49 = 36 \times (51 + 49) = 36 \times 100 = 3\,600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°24



CAPU0024

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $3^3 = 9$ » **Faux**. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $25 = 5^2$: **carré**

74 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2$) $100 = 10^2$: **carré**

142 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 142 < 144 = 12^2$) 143 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 5 = 4 \times 9 - 5 = 36 - 5 = 31$

$B = (4 \times 3)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$

$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$

$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 3$: $a^2 + 9a = 3^2 + 9 \times 3 = 9 + 9 \times 3 = 9 + 27 = 36$

Pour $a = 10$: $a^2 + 9a = 10^2 + 9 \times 10 = 100 + 9 \times 10 = 100 + 90 = 190$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 104 :

$10^2 = 100 \leq 104$ et $11^2 = 121 > 104$.

a) **Elle mettra 10 dalles sur chaque côté.**

$104 - 100 = 4$

b) **Il lui restera 4 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 95 et 137. » $\rightarrow$ encore 41 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).