



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°240



CAPU0240

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 4 et du quotient de 14 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 4 et 14 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (8 + 12) \div 4 \quad \mathbf{D} = 2 \times (17 - 8) \quad \mathbf{E} = 7^2 + 2^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

967 divisé par 5 391 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 279 par 7 ? Justifier.

$$(a) 279 = 7 \times 40 - 1 \quad (b) 279 = 7 \times 39 + 6 \quad (c) 279 = 7 \times 38 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 46 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 46 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
141					
575					
2 007					
2 734					
9 950					

2. Dans le nombre $8\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 6 est un diviseur de 125.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°240



CAPU0240

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 59 - 4 \times 7 \quad B = 10 + 63 \div 9 \times 2$$

$$C = (12 + 11) \times 3 - 8 \quad D = [8 + 7 \times (9 - 5)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 7 \times 4 + 6 = 136 \quad 9 \times 8 \times 5 - 3 = 144$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3 \quad F = 20 \times 99 \quad G = 33 + 5,05 + 67$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 8 \times 8 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 55 ; 121 ; 132 ; 100 ; 44

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 5 \quad B = (4 \times 2)^2 - 5$$

$$C = 5^2 + 6^2 \quad D = (5 + 6)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 6$ et $B = (4a)^2 - 6$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 79 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 187 et 232.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 4 + 14 \div 2 = 4 + 7 = 11$

$B = (4 + 14) \div 2 = 18 \div 2 = 9$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (8 + 12) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 8 et 12 par 4.

$D = 2 \times (17 - 8)$ est un **produit** : c'est le produit de 2 par la différence entre 17 et 8.

$E = 7^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 7 et de 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 193 = 965 \leq 967 < 970 = 5 \times 194$: le quotient est 193, le reste $967 - 965 = 2$.

$967 = 5 \times 193 + 2$, avec $2 < 5$.

$20 \times 19 = 380 \leq 391 < 400 = 20 \times 20$: le quotient est 19, le reste $391 - 380 = 11$.

$391 = 20 \times 19 + 11$, avec $11 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $279 = 7 \times 40 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $279 = 7 \times 39 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $279 = 7 \times 38 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 39, reste 6.

Comme $6 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 279 par 39 : quotient 7, reste 6.

3. $46 = 7 \times 6 + 4$

a) 46 jours font 6 semaines complètes et 4 jours.

Après 6 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 4 jours : mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 46 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
141	non	oui	non	non	non
575	non	non	oui	non	non
2 007	non	oui	non	oui	non
2 734	oui	non	non	non	non
9 950	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°240



CAPU0240

Sommes des chiffres :

$$141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \quad 575 \rightarrow 5 + 7 + 5 = 17 \quad 2\,007 \rightarrow 2 + 0 + 0 + 7 = 9$$
$$2\,734 \rightarrow 2 + 7 + 3 + 4 = 16 \quad 9\,950 \rightarrow 9 + 9 + 5 + 0 = 23$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 5 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15 ; \square = 5 : 18 ; \square = 8 : 21$$

3 solutions : 825, 855, 885.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai**. Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 6 est un diviseur de 125. » **Faux**. $125 = 6 \times 20 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 59 - 4 \times 7 = 59 - 28 = 31$

$$B = 10 + 63 \div 9 \times 2 = 10 + 7 \times 2 = 10 + 14 = 24$$

$$C = (12 + 11) \times 3 - 8 = 23 \times 3 - 8 = 69 - 8 = 61$$

$$D = [8 + 7 \times (9 - 5)] \div 5 = [8 + 7 \times 4] \div 5 = [8 + 28] \div 5 = 36 \div 5 = 7,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (7 \times 4 + 6) = 4 \times (28 + 6) = 4 \times 34 = 136$$

$$9 \times 8 \times (5 - 3) = 9 \times 8 \times 2 = 72 \times 2 = 144$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3 = 3,6 \times (0,7 + 0,3) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$F = 20 \times 99 = 20 \times (100 - 1) = 20 \times 100 - 20 \times 1 = 2\,000 - 20 = 1\,980$$

$$G = 33 + 5,05 + 67 = 33 + 67 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $8 \times 8 = 8^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$44 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 44 < 49 = 7^2) \quad 55 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 55 < 64 = 8^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 132 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 132 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 5 = 4 \times 4 - 5 = 16 - 5 = 11$

$$B = (4 \times 2)^2 - 5 = 8^2 - 5 = 64 - 5 = 59$$

$$C = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$D = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 6 = 4 \times 3^2 - 6 = 4 \times 9 - 6 = 36 - 6 = 30$$

$$B = (4a)^2 - 6 = (4 \times 3)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 79 :

$$8^2 = 64 \leq 79 \text{ et } 9^2 = 81 > 79.$$

a) Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.

$$79 - 64 = 15$$

b) Il lui restera 15 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 187 et 232. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).