



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°241



CAPU0241

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 14 et du quotient de 6 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 14 et 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9^2 + 4^2 \quad \mathbf{D} = (5 + 3)^2 \quad \mathbf{E} = 4 \times (4 - 2)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

256 divisé par 9 917 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 215 par 11 ? Justifier.

$$(a) \ 215 = 11 \times 18 + 17 \quad (b) \ 215 = 11 \times 20 - 5 \quad (c) \ 215 = 11 \times 19 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 52 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 820					
6 926					
807					
5 607					
755					

2. Dans le nombre $76\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 6 est un diviseur de 107.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°241



CAPU0241

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 44 - 8 + 7 \quad B = 3 + 64 \div 8 \times 4$$

$$C = (3 + 8) \times 3 - 3 \quad D = 5 \times [22 - (4 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 7 - 9 + 4 = 2 \quad 7 \times 2 + 8 + 8 = 126$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 \quad F = 44 \times 99 \quad G = 56 + 0,75 + 44$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 12 \times 12 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 9 + 9 + 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2 \times 4^2 = 8^2 \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

137 ; 121 ; 64 ; 68 ; 49 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 7 \quad B = (5 \times 3)^2 - 7$$

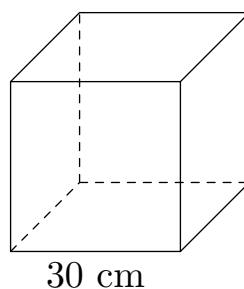
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 8$ et $B = (3a)^2 - 8$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 78 et 139.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 14 + 6 \div 2 = 14 + 3 = 17$

$$B = (14 + 6) \div 2 = 20 \div 2 = 10$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 4.

$$D = (5 + 3)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 5 et 3.}$$

$$E = 4 \times (4 - 2) \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de 4 par la différence entre 4 et 2.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 28 = 252 \leq 256 < 261 = 9 \times 29$: le quotient est 28, le reste $256 - 252 = 4$.

$$256 = 9 \times 28 + 4, \text{ avec } 4 < 9.$$

$$15 \times 61 = 915 \leq 917 < 930 = 15 \times 62 : \text{le quotient est 61, le reste } 917 - 915 = 2.$$

$$917 = 15 \times 61 + 2, \text{ avec } 2 < 15.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $215 = 11 \times 18 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $215 = 11 \times 20 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $215 = 11 \times 19 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 19, reste 6.

Comme $6 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 215 par 19 : quotient 11, reste 6.

3. $52 = 15 \times 3 + 7$

3 minibus pleins transportent 45 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 7 = 8$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 820	oui	oui	oui	oui	oui
6 926	oui	non	non	non	non
807	non	oui	non	non	non
5 607	non	oui	non	oui	non
755	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$8\ 820 \rightarrow 8 + 8 + 2 + 0 = 18 \quad 6\ 926 \rightarrow 6 + 9 + 2 + 6 = 23 \quad 807 \rightarrow 8 + 0 + 7 = 15$$

$$5\ 607 \rightarrow 5 + 6 + 0 + 7 = 18 \quad 755 \rightarrow 7 + 5 + 5 = 17$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 6 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 765.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 6 est un diviseur de 107. » **Faux.** $107 = 6 \times 17 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 44 - 8 + 7 = 36 + 7 = 43$

$$B = 3 + 64 \div 8 \times 4 = 3 + 8 \times 4 = 3 + 32 = 35$$

$$C = (3 + 8) \times 3 - 3 = 11 \times 3 - 3 = 33 - 3 = 30$$

$$D = 5 \times [22 - (4 + 2)] = 5 \times [22 - 6] = 5 \times 16 = 80$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + 7 - (9 + 4) = 8 + 7 - 13 = 15 - 13 = 2$$

$$7 \times (2 + 8 + 8) = 7 \times (10 + 8) = 7 \times 18 = 126$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 44 \times 99 = 44 \times (100 - 1) = 44 \times 100 - 44 \times 1 = 4\ 400 - 44 = 4\ 356$$

$$G = 56 + 0,75 + 44 = 56 + 44 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°241



CAPU0241

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $12 \times 12 = 12^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $2 \times 4^2 = 8^2$ » **Faux**. $2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$, alors que $8^2 = 64$. Le carré ne porte que sur 4.

« $4^3 = 12$ » **Faux**. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $49 = 7^2$: **carré**

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 68 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2$)

$121 = 11^2$: **carré** 137 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 137 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 7 = 5 \times 9 - 7 = 45 - 7 = 38$

$B = (5 \times 3)^2 - 7 = 15^2 - 7 = 225 - 7 = 218$

$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3a^2 - 8 = 3 \times 2^2 - 8 = 3 \times 4 - 8 = 12 - 8 = 4$

$B = (3a)^2 - 8 = (3 \times 2)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\ 000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$27\ 000 \div 1\ 000 = 27$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 78 et 139. » $\rightarrow$ encore 60 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100, 121.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).