



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°242



CAPU0242

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 3.
- **B** est le carré du double de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 15 + 14 \div 2 \quad D = 7 \times (6 - 5) \quad E = 4^2 - 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$574 \text{ divisé par } 6 \quad 1\,668 \text{ divisé par } 26$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 135 par 11 ? Justifier.

$$(a) 135 = 11 \times 11 + 14 \quad (b) 135 = 11 \times 12 + 3 \quad (c) 135 = 11 \times 13 - 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 33 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
685					
4 636					
1 750					
2 763					
291					

2. Dans le nombre $36\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 170 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°242



CAPU0242

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 12 + 2 \times 6 \quad B = 6 \div 3 \times 3$$

$$C = 58 - 4 \times (16 - 9) \quad D = [3 + 4 \times (10 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 5 + 5 \times 3 = 36 \quad 6 \times 8 \times 5 - 4 = 48$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 + 12,6 + 55 \quad F = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 \quad G = 31 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 8 + 8 + 8 \quad 7 \times 7 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^3 = 15 \quad 10^3 = 1\,000 \quad (2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 27 ; 64 ; 14 ; 16 ; 68

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 8 \quad B = (4 \times 2)^2 - 8$$

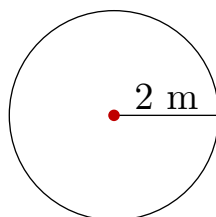
$$C = 6^2 + 7^2 \quad D = (6 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 2$ et $B = (5a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 2 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 163 et 212.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

$$B = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 15 + 14 \div 2$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du quotient de 14 par 2.

$$D = 7 \times (6 - 5)$$
 est un **produit** : c'est le produit de 7 par la différence entre 6 et 5.

$$E = 4^2 - 9$$
 est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 4 et 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 95 = 570 \leq 574 < 576 = 6 \times 96$: le quotient est 95, le reste $574 - 570 = 4$.

$$574 = 6 \times 95 + 4, \text{ avec } 4 < 6.$$

$$26 \times 64 = 1\,664 \leq 1\,668 < 1\,690 = 26 \times 65$$
 : le quotient est 64, le reste $1\,668 - 1\,664 = 4$.

$$1\,668 = 26 \times 64 + 4, \text{ avec } 4 < 26.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $135 = 11 \times 11 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $135 = 11 \times 12 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $135 = 11 \times 13 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 12, reste 3.

Comme $3 < 12$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 135 par 12 : quotient 11, reste 3.

3. $33 = 8 \times 4 + 1$

4 minibus pleins transportent 32 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 1 = 7$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
685	non	non	oui	non	non
4 636	oui	non	non	non	non
1 750	oui	non	oui	non	oui
2 763	non	oui	non	oui	non
291	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$685 \rightarrow 6 + 8 + 5 = 19 \quad 4\,636 \rightarrow 4 + 6 + 3 + 6 = 19 \quad 1\,750 \rightarrow 1 + 7 + 5 + 0 = 13$$

$$2\,763 \rightarrow 2 + 7 + 6 + 3 = 18 \quad 291 \rightarrow 2 + 9 + 1 = 12$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 6 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 360.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 170 est un multiple de 6. » **Faux.** $170 = 6 \times 28 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 12 + 2 \times 6 = 12 + 12 = 24$

$$B = 6 \div 3 \times 3 = 2 \times 3 = 6$$

$$C = 58 - 4 \times (16 - 9) = 58 - 4 \times 7 = 58 - 28 = 30$$

$$D = [3 + 4 \times (10 - 1)] \div 5 = [3 + 4 \times 9] \div 5 = [3 + 36] \div 5 = 39 \div 5 = 7,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 5 + 5) \times 3 = (7 + 5) \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

$$6 \times 8 \times (5 - 4) = 6 \times 8 \times 1 = 48 \times 1 = 48$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 + 12,6 + 55 = 45 + 55 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 = 2,7 \times (0,25 + 0,75) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$G = 31 \times 11 = 31 \times (10 + 1) = 31 \times 10 + 31 \times 1 = 310 + 31 = 341$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°242



CAPU0242

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $5^3 = 15$ » **Faux**. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $(2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2$ » **Faux**. $(2 + 4)^2 = 6^2 = 36$, alors que $2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

14 : ni l'un ni l'autre ($3^2 = 9 < 14 < 16 = 4^2$) $16 = 4^2$: **carré**

$27 = 3^3$: **cube** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

68 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2$) $121 = 11^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 8 = 4 \times 4 - 8 = 16 - 8 = 8$

$B = (4 \times 2)^2 - 8 = 8^2 - 8 = 64 - 8 = 56$

$C = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$

$D = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 5a^2 - 2 = 5 \times 5^2 - 2 = 5 \times 25 - 2 = 125 - 2 = 123$

$B = (5a)^2 - 2 = (5 \times 5)^2 - 2 = 25^2 - 2 = 625 - 2 = 623$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 2^2 = \pi \times 4 = 4\pi$

a) **L'aire exacte est $4\pi\text{ m}^2$.**

$4 \times 3,14 = 12,56$

b) **L'aire vaut environ 13 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 2^2$, et non $(\pi \times 2)^2$. On élève 2 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 163 et 212. » $\rightarrow$ encore 48 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).