



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°243



CAPU0243

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 32 et 8 par 4.
- **B** est la somme de 32 et du quotient de 8 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 2 \times 4^2 - 10 \quad \mathbf{D} = (5 + 1)^2 \quad \mathbf{E} = 4 \times (7 - 5)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

812 divisé par 6 664 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 299 par 9 ? Justifier.

$$(a) 299 = 9 \times 32 + 11 \quad (b) 299 = 9 \times 33 + 2 \quad (c) 299 = 9 \times 34 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 63 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 589					
6 900					
447					
7 642					
145					

2. Dans le nombre $1\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 87 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°243



CAPU0243

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 55 - 5 + 14 \quad B = 17 + 35 \div 5 \times 4$$

$$C = 91 - 2 \times (15 - 3) \quad D = 4,6 + 6 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 3 \times 2 + 7 = 104 \quad 6 - 3 + 2 - 4 = 5$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 15 \times 11 \quad F = 8 \times 51 \times 125 \quad G = 42 \times 24 + 42 \times 76$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 3 + 3 + 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 5^3 = 15 \quad 2 \times 4^2 = 8^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

32 ; 49 ; 90 ; 144 ; 27 ; 131

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 4 \quad B = (4 \times 6)^2 - 4$$

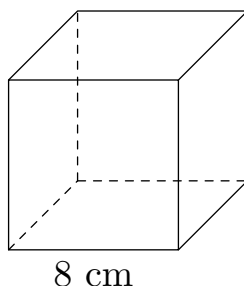
$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $5a^2$ pour $a = 4$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 81 et 151.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°243



CAPU0243

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (32 + 8) \div 4 = 40 \div 4 = 10$

$B = 32 + 8 \div 4 = 32 + 2 = 34$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 4^2 - 10$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 4 et 10.

$D = (5 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 1.

$E = 4 \times (7 - 5)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 7 et 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 135 = 810 \leq 812 < 816 = 6 \times 136$: le quotient est 135, le reste $812 - 810 = 2$.

$812 = 6 \times 135 + 2$, avec $2 < 6$.

$15 \times 44 = 660 \leq 664 < 675 = 15 \times 45$: le quotient est 44, le reste $664 - 660 = 4$.

$664 = 15 \times 44 + 4$, avec $4 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $299 = 9 \times 32 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $299 = 9 \times 33 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $299 = 9 \times 34 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 33, reste 2.

Comme $2 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 299 par 33 : quotient 9, reste 2.

3. $63 = 6 \times 10 + 3$, avec $3 < 6$

a) Elle remplit 10 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 589	non	oui	non	oui	non
6 900	oui	oui	oui	non	oui
447	non	oui	non	non	non
7 642	oui	non	non	non	non
145	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°243



CAPU0243

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 5\,589 \rightarrow 5 + 5 + 8 + 9 = 27 & 6\,900 \rightarrow 6 + 9 + 0 + 0 = 15 & 447 \rightarrow 4 + 4 + 7 = 15 \\ 7\,642 \rightarrow 7 + 6 + 4 + 2 = 19 & 145 \rightarrow 1 + 4 + 5 = 10 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 0 = 1 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 3 ; \square = 5 : 6 ; \square = 8 : 9$$

3 solutions : 120, 150, 180.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 87 est un multiple de 7. » **Faux.** $87 = 7 \times 12 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 55 - 5 + 14 = 50 + 14 = 64$

$$B = 17 + 35 \div 5 \times 4 = 17 + 7 \times 4 = 17 + 28 = 45$$

$$C = 91 - 2 \times (15 - 3) = 91 - 2 \times 12 = 91 - 24 = 67$$

$$D = 4,6 + 6 \times 2,5 = 4,6 + 15 = 19,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (3 \times 2 + 7) = 8 \times (6 + 7) = 8 \times 13 = 104$$

$$6 - (3 + 2 - 4) = 6 - (5 - 4) = 6 - 1 = 5$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 15 \times 11 = 15 \times (10 + 1) = 15 \times 10 + 15 \times 1 = 150 + 15 = 165$$

$$F = 8 \times 51 \times 125 = 8 \times 125 \times 51 = 1\,000 \times 51 = 51\,000$$

$$G = 42 \times 24 + 42 \times 76 = 42 \times (24 + 76) = 42 \times 100 = 4\,200$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

$$\text{« } 2 \times 4^2 = 8^2 \text{ » Faux. } 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32, \text{ alors que } 8^2 = 64. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 32 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 90 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2)$$

$$131 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 131 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°243



CAPU0243

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 4 = 4 \times 36 - 4 = 144 - 4 = 140$

$$B = (4 \times 6)^2 - 4 = 24^2 - 4 = 576 - 4 = 572$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 4 : 5a^2 = 5 \times 4^2 = 5 \times 16 = 80$$

$$\text{Pour } a = 10 : 5a^2 = 5 \times 10^2 = 5 \times 100 = 500$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 81 et 151. » $\rightarrow$ encore 69 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).