



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°244



CAPU0244

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 38 et 6 par 5.
- **B** est la différence entre 38 et le produit de 6 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 5^2 - 12 \quad D = 2 + 8 \times 7 \quad E = 9 \times (7 - 3)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

571 divisé par 3 2 378 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 143 par 6 ? Justifier.

$$(a) 143 = 6 \times 23 + 5 \quad (b) 143 = 6 \times 22 + 11 \quad (c) 143 = 6 \times 24 - 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 93 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 998					
545					
6 831					
7 250					
411					

2. Dans le nombre $29\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 232.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°244



CAPU0244

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 28 + 7 \times 6 \quad B = 4 + 6 \div 3 \times 3$$

$$C = (9 \times 3 - 1) \div 5 \quad D = 6,3 + 6 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 8 \times 7 - 4 = 96 \quad 8 - 2 + 3 + 9 = 12$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 99 \quad F = 71 + 7,8 + 29 \quad G = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 9 + 9 + 9 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

86 ; 23 ; 81 ; 1 000 ; 121 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 6 \quad B = (4 \times 2)^2 - 6$$

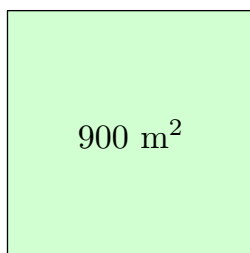
$$C = 5^2 + 2^2 \quad D = (5 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 15 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 5$? Pour $n = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 900 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 9 et 69.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°244



CAPU0244

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (38 - 6) \times 5 = 32 \times 5 = 160$

$B = 38 - 6 \times 5 = 38 - 30 = 8$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5^2 - 12$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 12.

$D = 2 + 8 \times 7$ est une **somme** : c'est la somme de 2 et du produit de 8 par 7.

$E = 9 \times (7 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 7 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 190 = 570 \leq 571 < 573 = 3 \times 191$: le quotient est 190, le reste $571 - 570 = 1$.

$571 = 3 \times 190 + 1$, avec $1 < 3$.

$23 \times 103 = 2\,369 \leq 2\,378 < 2\,392 = 23 \times 104$: le quotient est 103, le reste $2\,378 - 2\,369 = 9$.

$2\,378 = 23 \times 103 + 9$, avec $9 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $143 = 6 \times 23 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $143 = 6 \times 22 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $143 = 6 \times 24 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 23, reste 5.

Comme $5 < 23$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 143 par 23 : quotient 6, reste 5.

3. $93 = 6 \times 15 + 3$, avec $3 < 6$

a) Elle remplit 15 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 998	oui	non	non	non	non
545	non	non	oui	non	non
6 831	non	oui	non	oui	non
7 250	oui	non	oui	non	oui
411	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°244



CAPU0244

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,998 &\rightarrow 9 + 9 + 9 + 8 = 35 & 545 &\rightarrow 5 + 4 + 5 = 14 & 6\,831 &\rightarrow 6 + 8 + 3 + 1 = 18 \\ 7\,250 &\rightarrow 7 + 2 + 5 + 0 = 14 & 411 &\rightarrow 4 + 1 + 1 = 6 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 9 + \square = 11 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 15$$

Une seule solution : 294.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 666, somme des chiffres 18.

« 8 est un diviseur de 232. » **Vrai.** $232 = 8 \times 29$: le reste de la division de 232 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 28 + 7 \times 6 = 28 + 42 = 70$

$$B = 4 + 6 \div 3 \times 3 = 4 + 2 \times 3 = 4 + 6 = 10$$

$$C = (9 \times 3 - 1) \div 5 = (27 - 1) \div 5 = 26 \div 5 = 5,2$$

$$D = 6,3 + 6 \times 1,2 = 6,3 + 7,2 = 13,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times 8 \times (7 - 4) = 4 \times 8 \times 3 = 32 \times 3 = 96$$

$$8 - (2 + 3) + 9 = 8 - 5 + 9 = 3 + 9 = 12$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 99 = 42 \times (100 - 1) = 42 \times 100 - 42 \times 1 = 4\,200 - 42 = 4\,158$$

$$F = 71 + 7,8 + 29 = 71 + 29 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$23 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 23 < 25 = 5^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 86 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 86 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°244



CAPU0244

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 6 = 4 \times 4 - 6 = 16 - 6 = 10$

$$B = (4 \times 2)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$$

$$C = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$$

$$D = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 15 = 5^2 + 15 = 25 + 15 = 40 \text{ et } 8n = 8 \times 5 = 40.$$

40 = 40 : l'égalité est vraie pour $n = 5$.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 + 15 = 2^2 + 15 = 4 + 15 = 19 \text{ et } 8n = 8 \times 2 = 16.$$

19 $\neq$ 16 : l'égalité est fausse pour $n = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 3$, et seulement pour 5 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 900 : $30 \times 30 = 900$, c'est-à-dire $30^2 = 900$.

a) Le côté mesure 30 m.

$$4 \times 30 = 120$$

b) Le périmètre est de 120 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 9 et 69. » $\rightarrow$ encore 59 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).