



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°245



CAPU0245

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 3 et de 4.
- **B** est le carré de la somme de 3 et 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 2 \times 6^2 \quad \mathbf{D} = (36 + 4) \div 8 \quad \mathbf{E} = (1 + 2)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

284 divisé par 7 1 502 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 309 par 8 ? Justifier.

$$(a) 309 = 8 \times 39 - 3 \quad (b) 309 = 8 \times 37 + 13 \quad (c) 309 = 8 \times 38 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 248 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 046					
1 880					
835					
177					
5 841					

2. Dans le nombre $8\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 59 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°245



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 5 \times 3 \quad B = 35 \div 5 \times 2$$

$$C = (10 + 2) \times 2 - 12 \quad D = 8,2 + 3 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 8 \times 4 + 4 = 64 \quad 5 \times 8 + 9 - 7 = 78$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 \quad F = 39 \times 9 \quad G = 77 + 12,6 + 23$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 11 \times 11 \quad 7 + 7 + 7 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2 \quad 1^3 = 1 \quad 2 \times 4^2 = 8^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 79 ; 123 ; 144 ; 124 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 8 \quad B = (5 \times 2)^2 - 8$$

$$C = 4^2 + 5^2 \quad D = (4 + 5)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 1$ et $B = (4a)^2 - 1$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 123 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 87 et 134.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°245



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$B = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 6^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 6.

$D = (36 + 4) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 36 et 4 par 8.

$E = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 40 = 280 \leq 284 < 287 = 7 \times 41$: le quotient est 40, le reste $284 - 280 = 4$.

$284 = 7 \times 40 + 4$, avec $4 < 7$.

$29 \times 51 = 1\,479 \leq 1\,502 < 1\,508 = 29 \times 52$: le quotient est 51, le reste $1\,502 - 1\,479 = 23$.

$1\,502 = 29 \times 51 + 23$, avec $23 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $309 = 8 \times 39 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $309 = 8 \times 37 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $309 = 8 \times 38 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 38, reste 5.

Comme $5 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 309 par 38 : quotient 8, reste 5.

3. $248 = 6 \times 41 + 2$, avec $2 < 6$

a) Elle remplit 41 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 046	oui	non	non	non	non
1 880	oui	non	oui	non	oui
835	non	non	oui	non	non
177	non	oui	non	non	non
5 841	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°245



CAPU0245

Sommes des chiffres :

$$9\ 046 \rightarrow 9 + 0 + 4 + 6 = 19 \quad 1\ 880 \rightarrow 1 + 8 + 8 + 0 = 17 \quad 835 \rightarrow 8 + 3 + 5 = 16$$
$$177 \rightarrow 1 + 7 + 7 = 15 \quad 5\ 841 \rightarrow 5 + 8 + 4 + 1 = 18$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 7 = 15 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 18$$

Une seule solution : 837.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 59 est un multiple de 3. » **Faux.** $59 = 3 \times 19 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 5 \times 3 = 22 + 15 = 37$

$$B = 35 \div 5 \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

$$C = (10 + 2) \times 2 - 12 = 12 \times 2 - 12 = 24 - 12 = 12$$

$$D = 8,2 + 3 \times 0,2 = 8,2 + 0,6 = 8,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 + 8) \times 4 + 4 = 15 \times 4 + 4 = 60 + 4 = 64$$

$$5 \times (8 + 9) - 7 = 5 \times 17 - 7 = 85 - 7 = 78$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 = 12,5 \times (0,8 + 0,2) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 39 \times 9 = 39 \times (10 - 1) = 39 \times 10 - 39 \times 1 = 390 - 39 = 351$$

$$G = 77 + 12,6 + 23 = 77 + 23 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $11 \times 11 = 11^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $(2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2$ » **Faux.** $(2 + 1)^2 = 3^2 = 9$, alors que $2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 2 \times 4^2 = 8^2 \text{ » Faux. } 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32, \text{ alors que } 8^2 = 64. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2) \quad 123 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 123 < 144 = 12^2)$$

$$124 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 124 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°245



CAPU0245

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 8 = 5 \times 4 - 8 = 20 - 8 = 12$

$B = (5 \times 2)^2 - 8 = 10^2 - 8 = 100 - 8 = 92$

$C = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

$D = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 4a^2 - 1 = 4 \times 5^2 - 1 = 4 \times 25 - 1 = 100 - 1 = 99$

$B = (4a)^2 - 1 = (4 \times 5)^2 - 1 = 20^2 - 1 = 400 - 1 = 399$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 123 :

$11^2 = 121 \leq 123$ et $12^2 = 144 > 123$.

a) Elle mettra 11 dalles sur chaque côté.

$123 - 121 = 2$

b) Il lui restera 2 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 87 et 134. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).