



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°246



CAPU0246

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 10 et 8 par 7.
- **B** est la somme de 10 et du produit de 8 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9 \times (6 - 4) \quad \mathbf{D} = (2 + 6)^2 \quad \mathbf{E} = 2 + 9 \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

982 divisé par 6 352 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 211 par 13 ? Justifier.

$$(a) 211 = 13 \times 15 + 16 \quad (b) 211 = 13 \times 17 - 10 \quad (c) 211 = 13 \times 16 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 139 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 139 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417					
605					
1 592					
7 990					
5 697					

2. Dans le nombre $99\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 152 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°246



CAPU0246

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 + 6 \times 9 \quad B = 6 \times 3 - 2 \times 4$$

$$C = 79 - 4 \times (11 - 8) \quad D = [6 + 8 \times (7 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 - 3 + 8 \times 6 = 60 \quad 6 + 2 \times 4 - 8 = 24$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 40 \times 73 + 40 \times 27 \quad F = 51 + 3,45 + 49 \quad G = 38 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 4 + 4 + 4 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 3 \times 3^2 = 9^2 \quad (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

110 ; 85 ; 8 ; 121 ; 16 ; 99

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 3 \quad B = (3 \times 5)^2 - 3$$

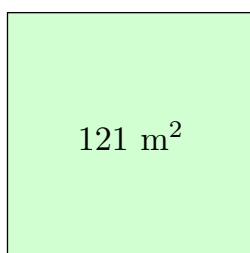
$$C = 3^2 + 5^2 \quad D = (3 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 2a$ pour $a = 3$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 48 et 78. Je suis le carré d'un nombre entier. Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°246



CAPU0246

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (10 + 8) \times 7 = 18 \times 7 = 126$

$B = 10 + 8 \times 7 = 10 + 56 = 66$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 \times (6 - 4)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 6 et 4.

$D = (2 + 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 6.

$E = 2 + 9 \times 4$ est une **somme** : c'est la somme de 2 et du produit de 9 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 163 = 978 \leq 982 < 984 = 6 \times 164$: le quotient est 163, le reste $982 - 978 = 4$.

$982 = 6 \times 163 + 4$, avec $4 < 6$.

$25 \times 14 = 350 \leq 352 < 375 = 25 \times 15$: le quotient est 14, le reste $352 - 350 = 2$.

$352 = 25 \times 14 + 2$, avec $2 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $211 = 13 \times 15 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b) $211 = 13 \times 17 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $211 = 13 \times 16 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 16, reste 3.

Comme $3 < 16$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 211 par 16 : quotient 13, reste 3.

3. $139 = 7 \times 19 + 6$

a) 139 jours font 19 semaines complètes et 6 jours.

Après 19 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 6 jours : dimanche → lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 139 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417	non	oui	non	non	non
605	non	non	oui	non	non
1 592	oui	non	non	non	non
7 990	oui	non	oui	non	oui
5 697	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°246



CAPU0246

Sommes des chiffres :

$$417 \rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 \quad 605 \rightarrow 6 + 0 + 5 = 11 \quad 1\,592 \rightarrow 1 + 5 + 9 + 2 = 17$$
$$7\,990 \rightarrow 7 + 9 + 9 + 0 = 25 \quad 5\,697 \rightarrow 5 + 6 + 9 + 7 = 27$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $9 + 9 + \square = 18 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 18$$

Une seule solution : 990.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 144, somme des chiffres 9.

« 152 est un multiple de 8. » **Vrai.** $152 = 8 \times 19$: le reste de la division de 152 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 + 6 \times 9 = 21 + 54 = 75$

$$B = 6 \times 3 - 2 \times 4 = 18 - 8 = 10$$

$$C = 79 - 4 \times (11 - 8) = 79 - 4 \times 3 = 79 - 12 = 67$$

$$D = [6 + 8 \times (7 - 2)] \div 5 = [6 + 8 \times 5] \div 5 = [6 + 40] \div 5 = 46 \div 5 = 9,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 - 3 + 8) \times 6 = (2 + 8) \times 6 = 10 \times 6 = 60$$

$$(6 + 2) \times 4 - 8 = 8 \times 4 - 8 = 32 - 8 = 24$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 40 \times 73 + 40 \times 27 = 40 \times (73 + 27) = 40 \times 100 = 4\,000$$

$$F = 51 + 3,45 + 49 = 51 + 49 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$G = 38 \times 11 = 38 \times (10 + 1) = 38 \times 10 + 38 \times 1 = 380 + 38 = 418$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 3 \times 3^2 = 9^2 \text{ » Faux. } 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27, \text{ alors que } 9^2 = 81. \text{ Le carré ne porte que sur 3.}$$

$$\text{« } (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (1 + 3)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$85 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2) \quad 99 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 99 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°246



CAPU0246

110 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 110 < 121 = 11^2$) $121 = 11^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 3 = 3 \times 25 - 3 = 75 - 3 = 72$

$$B = (3 \times 5)^2 - 3 = 15^2 - 3 = 225 - 3 = 222$$

$$C = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

$$D = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 3 : a^2 + 2a = 3^2 + 2 \times 3 = 9 + 2 \times 3 = 9 + 6 = 15$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^2 + 2a = 10^2 + 2 \times 10 = 100 + 2 \times 10 = 100 + 20 = 120$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) **Le côté mesure 11 m.**

$$4 \times 11 = 44$$

b) **Le périmètre est de 44 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 48 et 78. » → encore 29 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » → reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).