



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°247



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 14 et le produit de 2 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 14 et 2 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (10 + 22) \div 8 \quad \mathbf{D} = 4^2 + 2^2 \quad \mathbf{E} = 3 \times (7 - 6)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

245 divisé par 6 1 761 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 430 par 13 ? Justifier.

$$(a) 430 = 13 \times 34 - 12 \quad (b) 430 = 13 \times 32 + 14 \quad (c) 430 = 13 \times 33 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 177 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 177 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 624					
955					
1 233					
6 010					
237					

2. Dans le nombre $4\square6$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 134 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°247



CAPU0247

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 16 + 7 \times 6 \quad B = 4 \times 5 - 5 \times 4$$

$$C = (3 \times 6 - 7) \div 5 \quad D = 5 \times [40 - (7 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 9 + 6 - 9 = 36 \quad 2 \times 7 + 9 + 5 = 42$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 16 \times 40 + 16 \times 60 \quad F = 17 \times 9 \quad G = 8 \times 41 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 7 + 7 + 7 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

34 ; 94 ; 121 ; 144 ; 1 000 ; 41

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 9 \quad B = (3 \times 5)^2 - 9$$

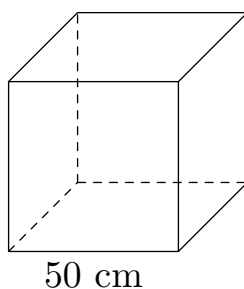
$$C = 3^2 + 1^2 \quad D = (3 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $5n^2$ pour $n = 5$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 9 et 44.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 14 - 2 \times 4 = 14 - 8 = 6$

$B = (14 - 2) \times 4 = 12 \times 4 = 48$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (10 + 22) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 10 et 22 par 8.

$D = 4^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 2.

$E = 3 \times (7 - 6)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 7 et 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 40 = 240 \leq 245 < 246 = 6 \times 41$: le quotient est 40, le reste $245 - 240 = 5$.

$245 = 6 \times 40 + 5$, avec $5 < 6$.

$14 \times 125 = 1\,750 \leq 1\,761 < 1\,764 = 14 \times 126$: le quotient est 125, le reste $1\,761 - 1\,750 = 11$.

$1\,761 = 14 \times 125 + 11$, avec $11 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $430 = 13 \times 34 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $430 = 13 \times 32 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $430 = 13 \times 33 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 33, reste 1.

Comme $1 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 430 par 33 : quotient 13, reste 1.

3. $177 = 7 \times 25 + 2$

a) 177 jours font 25 semaines complètes et 2 jours.

Après 25 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 2 jours : lundi → mardi → mercredi.

b) Dans 177 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 624	oui	non	non	non	non
955	non	non	oui	non	non
1 233	non	oui	non	oui	non
6 010	oui	non	oui	non	oui
237	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°247



CAPU0247

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 2\ 624 \rightarrow 2 + 6 + 2 + 4 = 14 & 955 \rightarrow 9 + 5 + 5 = 19 & 1\ 233 \rightarrow 1 + 2 + 3 + 3 = 9 \\ 6\ 010 \rightarrow 6 + 0 + 1 + 0 = 7 & 237 \rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 6 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 5 : 15 ; \square = 8 : 18$$

3 solutions : 426, 456, 486.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 134 est un multiple de 8. » **Faux.** $134 = 8 \times 16 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 16 + 7 \times 6 = 16 + 42 = 58$

$$B = 4 \times 5 - 5 \times 4 = 20 - 20 = 0$$

$$C = (3 \times 6 - 7) \div 5 = (18 - 7) \div 5 = 11 \div 5 = 2,2$$

$$D = 5 \times [40 - (7 + 4)] = 5 \times [40 - 11] = 5 \times 29 = 145$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (9 + 6) - 9 = 3 \times 15 - 9 = 45 - 9 = 36$$

$$2 \times (7 + 9 + 5) = 2 \times (16 + 5) = 2 \times 21 = 42$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 16 \times 40 + 16 \times 60 = 16 \times (40 + 60) = 16 \times 100 = 1\ 600$$

$$F = 17 \times 9 = 17 \times (10 - 1) = 17 \times 10 - 17 \times 1 = 170 - 17 = 153$$

$$G = 8 \times 41 \times 125 = 8 \times 125 \times 41 = 1\ 000 \times 41 = 41\ 000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$34 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 34 < 36 = 6^2) \quad 41 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2)$$

$$94 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°247



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 9 = 3 \times 25 - 9 = 75 - 9 = 66$

$B = (3 \times 5)^2 - 9 = 15^2 - 9 = 225 - 9 = 216$

$C = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$

$D = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 5$: $5n^2 = 5 \times 5^2 = 5 \times 25 = 125$

Pour $n = 10$: $5n^2 = 5 \times 10^2 = 5 \times 100 = 500$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$125\,000 \div 1\,000 = 125$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 9 et 44. » $\rightarrow$ encore 34 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).