



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°248



CAPU0248

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 27 et le produit de 3 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 27 et 3 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (6 + 4)^2 \quad D = (3 + 2)^3 \quad E = 3 \times 5^2 - 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

559 divisé par 5 1 248 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 188 par 10 ? Justifier.

$$(a) 188 = 10 \times 19 - 2 \quad (b) 188 = 10 \times 17 + 18 \quad (c) 188 = 10 \times 18 + 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 990					
957					
665					
1 089					
5 396					

2. Dans le nombre $93\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 182 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°248



CAPU0248

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 76 - 4 \times 3 \quad B = 7 \times 9 - 3 \times 5$$

$$C = (5 + 7) \times 2 - 3 \quad D = 4 \times [31 - (7 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 7 + 2 \times 5 = 51 \quad 3 \times 8 \times 7 - 5 = 48$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 40 \times 9 \quad F = 4 \times 38 \times 25 \quad G = 42 \times 18 + 42 \times 82$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 7 + 7 + 7 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 0^2 = 0 \quad (5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

53 ; 110 ; 144 ; 100 ; 27 ; 115

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 6 \quad B = (5 \times 4)^2 - 6$$

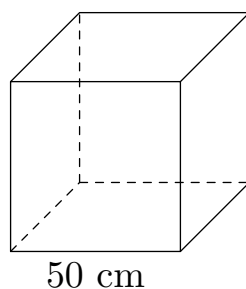
$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 5$ et $B = (4a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 65 et 102.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°248



CAPU0248

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 27 - 3 \times 5 = 27 - 15 = 12$

$B = (27 - 3) \times 5 = 24 \times 5 = 120$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (6 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 4.

$D = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

$E = 3 \times 5^2 - 9$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 5 et 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 111 = 555 \leq 559 < 560 = 5 \times 112$: le quotient est 111, le reste $559 - 555 = 4$.

$559 = 5 \times 111 + 4$, avec $4 < 5$.

$29 \times 43 = 1\,247 \leq 1\,248 < 1\,276 = 29 \times 44$: le quotient est 43, le reste $1\,248 - 1\,247 = 1$.

$1\,248 = 29 \times 43 + 1$, avec $1 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $188 = 10 \times 19 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $188 = 10 \times 17 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $188 = 10 \times 18 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 18, reste 8.

Comme $8 < 18$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 188 par 18 : quotient 10, reste 8.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 990	oui	oui	oui	oui	oui
957	non	oui	non	non	non
665	non	non	oui	non	non
1 089	non	oui	non	oui	non
5 396	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°248



CAPU0248

Sommes des chiffres :

$$9\,990 \rightarrow 9 + 9 + 9 + 0 = 27 \quad 957 \rightarrow 9 + 5 + 7 = 21 \quad 665 \rightarrow 6 + 6 + 5 = 17$$

$$1\,089 \rightarrow 1 + 0 + 8 + 9 = 18 \quad 5\,396 \rightarrow 5 + 3 + 9 + 6 = 23$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 3 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12; \square = 6 : 18$$

2 solutions : 930, 936.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 182 est un multiple de 9. » **Faux.** $182 = 9 \times 20 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 76 - 4 \times 3 = 76 - 12 = 64$

$$B = 7 \times 9 - 3 \times 5 = 63 - 15 = 48$$

$$C = (5 + 7) \times 2 - 3 = 12 \times 2 - 3 = 24 - 3 = 21$$

$$D = 4 \times [31 - (7 + 7)] = 4 \times [31 - 14] = 4 \times 17 = 68$$

2. On essaie les placements possibles; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (7 + 2 \times 5) = 3 \times (7 + 10) = 3 \times 17 = 51$$

$$3 \times 8 \times (7 - 5) = 3 \times 8 \times 2 = 24 \times 2 = 48$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 40 \times 9 = 40 \times (10 - 1) = 40 \times 10 - 40 \times 1 = 400 - 40 = 360$$

$$F = 4 \times 38 \times 25 = 4 \times 25 \times 38 = 100 \times 38 = 3\,800$$

$$G = 42 \times 18 + 42 \times 82 = 42 \times (18 + 82) = 42 \times 100 = 4\,200$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } (5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2 \text{ » Faux. } (5 + 2)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 53 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 53 < 64 = 8^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 110 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 110 < 121 = 11^2)$$

$$115 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°248



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 6 = 5 \times 16 - 6 = 80 - 6 = 74$

$$B = (5 \times 4)^2 - 6 = 20^2 - 6 = 400 - 6 = 394$$

$$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$$

$$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 5 = 4 \times 4^2 - 5 = 4 \times 16 - 5 = 64 - 5 = 59$$

$$B = (4a)^2 - 5 = (4 \times 4)^2 - 5 = 16^2 - 5 = 256 - 5 = 251$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 65 et 102. » $\rightarrow$ encore 36 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).