



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°249



CAPU0249

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 5.
- **B** est le carré du double de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (9 + 5) \times 4 \quad \mathbf{D} = (7 + 21) \div 7 \quad \mathbf{E} = 4 + 72 \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

670 divisé par 6 2 199 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 136 par 15 ? Justifier.

$$(a) 136 = 15 \times 8 + 16 \quad (b) 136 = 15 \times 10 - 14 \quad (c) 136 = 15 \times 9 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 65 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 783					
357					
185					
6 920					
6 652					

2. Dans le nombre $98\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 140 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°249



CAPU0249

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 + 7 \times 7 \quad B = 7 \times 2 - 2 \times 2$$

$$C = (4 \times 5 - 2) \div 2 \quad D = 3 \times [29 - (3 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 3 \times 6 - 8 = 70 \quad 8 + 5 - 8 + 4 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 43 + 5,05 + 57 \quad F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad G = 22 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 8 + 8 + 8 \quad 5 \times 5 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$9^2 = 18 \quad 5^3 = 15 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 86 ; 64 ; 143 ; 8 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 6 \quad B = (2 \times 4)^2 - 6$$

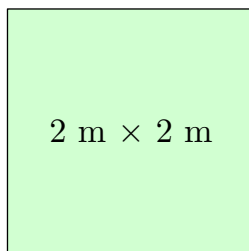
$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 2 = 3x$ est-elle vraie pour $x = 7$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 129 et 179.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°249



CAPU0249

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

$$B = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (9 + 5) \times 4$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 9 et 5 par 4.

$$D = (7 + 21) \div 7 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 7 et 21 par 7.}$$

$$E = 4 + 72 \div 8 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 4 et du quotient de 72 par 8.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 111 = 666 \leq 670 < 672 = 6 \times 112$: le quotient est 111, le reste $670 - 666 = 4$.

$$\mathbf{670 = 6 \times 111 + 4}, \text{ avec } 4 < 6.$$

$$21 \times 104 = 2\,184 \leq 2\,199 < 2\,205 = 21 \times 105 : \text{le quotient est 104, le reste } 2\,199 - 2\,184 = 15.$$

$$\mathbf{2\,199 = 21 \times 104 + 15}, \text{ avec } 15 < 21.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $136 = 15 \times 8 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $136 = 15 \times 10 - 14$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $136 = 15 \times 9 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 9, reste 1.

Comme $1 < 9$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 136 par 9 : quotient 15, reste 1.

3. $65 = 12 \times 5 + 5$

En 5 soirs, elle lit 60 pages ; il lui en reste encore 5.

a) Il lui faut $5 + 1 = 6$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 5 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 783	non	oui	non	oui	non
357	non	oui	non	non	non
185	non	non	oui	non	non
6 920	oui	non	oui	non	oui
6 652	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°249



CAPU0249

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,783 &\rightarrow 9 + 7 + 8 + 3 = 27 & 357 &\rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 & 185 &\rightarrow 1 + 8 + 5 = 14 \\ 6\,920 &\rightarrow 6 + 9 + 2 + 0 = 17 & 6\,652 &\rightarrow 6 + 6 + 5 + 2 = 19 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 8 + \square = 17 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 21$$

Une seule solution : 984.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 140 est un multiple de 5. » **Vrai.** $140 = 5 \times 28$: le reste de la division de 140 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 7 \times 7 = 24 + 49 = 73$

$$B = 7 \times 2 - 2 \times 2 = 14 - 4 = 10$$

$$C = (4 \times 5 - 2) \div 2 = (20 - 2) \div 2 = 18 \div 2 = 9$$

$$D = 3 \times [29 - (3 + 2)] = 3 \times [29 - 5] = 3 \times 24 = 72$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (3 \times 6 - 8) = 7 \times (18 - 8) = 7 \times 10 = 70$$

$$8 + 5 - (8 + 4) = 8 + 5 - 12 = 13 - 12 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 43 + 5,05 + 57 = 43 + 57 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 22 \times 99 = 22 \times (100 - 1) = 22 \times 100 - 22 \times 1 = 2\,200 - 22 = 2\,178$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $5 \times 5 = 5^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $9^2 = 18$ » **Faux.** $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

« $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°249



CAPU0249

86 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 86 < 100 = 10^2$) 143 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 6 = 2 \times 16 - 6 = 32 - 6 = 26$

$B = (2 \times 4)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$

$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$

$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 7$: $x^2 + 2 = 7^2 + 2 = 49 + 2 = 51$ et $3x = 3 \times 7 = 21$.

$51 \neq 21$: l'égalité est fausse pour $x = 7$.

Pour $x = 1$: $x^2 + 2 = 1^2 + 2 = 1 + 2 = 3$ et $3x = 3 \times 1 = 3$.

$3 = 3$: l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 1 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$2 \times 2 = 4$

a) Il faut 4 carreaux le long d'un côté.

4 rangées de 4 carreaux : $4^2 = 4 \times 4 = 16$

b) Il faut 16 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 129 et 179. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).