



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°25



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 11 et le produit de 3 par 2.
- **B** est le produit de la différence entre 11 et 3 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 18 + 28 \div 4 \quad \mathbf{D} = 9 \times (12 - 10) \quad \mathbf{E} = 53 - 7 \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$696 \text{ divisé par } 7 \quad 1\,997 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 223 par 11 ? Justifier.

$$(a) 223 = 11 \times 20 + 3 \quad (b) 223 = 11 \times 19 + 14 \quad (c) 223 = 11 \times 21 - 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 50 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
485					
7 050					
291					
4 617					
6 814					

2. Dans le nombre $19\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 240.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 57 - 14 + 2 \quad B = 8 \div 4 \times 4$$

$$C = (11 + 7) \times 2 - 5 \quad D = 3,9 + 4 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 - 2 + 6 \times 2 = 24 \quad 8 \times 3 + 5 + 2 = 80$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 \quad F = 2 \times 83 \times 5 \quad G = 29 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 11 \times 11$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 3^2 = 6 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 103 ; 64 ; 27 ; 39 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 9 \quad B = (3 \times 2)^2 - 9$$

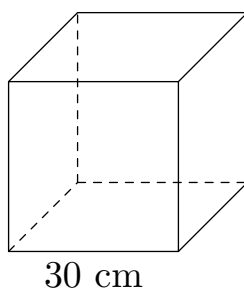
$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 4 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 4$? Pour $x = 7$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 11 et 72.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 11 - 3 \times 2 = 11 - 6 = 5$

$B = (11 - 3) \times 2 = 8 \times 2 = 16$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 18 + 28 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 18 et du quotient de 28 par 4.

$D = 9 \times (12 - 10)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 12 et 10.

$E = 53 - 7 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 53 et le produit de 7 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 99 = 693 \leq 696 < 700 = 7 \times 100$: le quotient est 99, le reste $696 - 693 = 3$.

$696 = 7 \times 99 + 3$, avec $3 < 7$.

$22 \times 90 = 1\,980 \leq 1\,997 < 2\,002 = 22 \times 91$: le quotient est 90, le reste $1\,997 - 1\,980 = 17$.

$1\,997 = 22 \times 90 + 17$, avec $17 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $223 = 11 \times 20 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $223 = 11 \times 19 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $223 = 11 \times 21 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 20, reste 3.

Comme $3 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 223 par 20 : quotient 11, reste 3.

3. $50 = 8 \times 6 + 2$

6 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 2 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 2 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
485	non	non	oui	non	non
7 050	oui	oui	oui	non	oui
291	non	oui	non	non	non
4 617	non	oui	non	oui	non
6 814	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$485 \rightarrow 4 + 8 + 5 = 17 \quad 7\,050 \rightarrow 7 + 0 + 5 + 0 = 12 \quad 291 \rightarrow 2 + 9 + 1 = 12$$

$$4\,617 \rightarrow 4 + 6 + 1 + 7 = 18 \quad 6\,814 \rightarrow 6 + 8 + 1 + 4 = 19$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 9 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 192, 198.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 32 est pair mais $32 = 3 \times 10 + 2$.

« 8 est un diviseur de 240. » **Vrai.** $240 = 8 \times 30$: le reste de la division de 240 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 57 - 14 + 2 = 43 + 2 = 45$

$$B = 8 \div 4 \times 4 = 2 \times 4 = 8$$

$$C = (11 + 7) \times 2 - 5 = 18 \times 2 - 5 = 36 - 5 = 31$$

$$D = 3,9 + 4 \times 1,5 = 3,9 + 6 = 9,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 - 2 + 6) \times 2 = (6 + 6) \times 2 = 12 \times 2 = 24$$

$$8 \times (3 + 5 + 2) = 8 \times (8 + 2) = 8 \times 10 = 80$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

$$F = 2 \times 83 \times 5 = 2 \times 5 \times 83 = 10 \times 83 = 830$$

$$G = 29 \times 99 = 29 \times (100 - 1) = 29 \times 100 - 29 \times 1 = 2\,900 - 29 = 2\,871$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $11 \times 11 = 11^2$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $4^3 = 64$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $3^2 = 6$ » **Faux**. $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

« $2^3 = 6$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** 39 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2$)

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube!** $81 = 9^2$: **carré**

$100 = 10^2$: **carré** 103 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 103 < 121 = 11^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 9 = 3 \times 4 - 9 = 12 - 9 = 3$

$B = (3 \times 2)^2 - 9 = 6^2 - 9 = 36 - 9 = 27$

$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 4$: $x^2 + 4 = 4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$ et $5x = 5 \times 4 = 20$.

20 = 20 : l'égalité est vraie pour $x = 4$.

Pour $x = 7$: $x^2 + 4 = 7^2 + 4 = 49 + 4 = 53$ et $5x = 5 \times 7 = 35$.

53 $\neq$ 35 : l'égalité est fausse pour $x = 7$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 4 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\ 000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$27\ 000 \div 1\ 000 = 27$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 11 et 72. » $\rightarrow$ encore 60 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°25



CAPU0025

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).