



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°250



CAPU0250

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 24 et 3 par 5.
- **B** est la différence entre 24 et le produit de 3 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 3 \times 4^2 - 14 \quad D = (12 + 5) \times 9 \quad E = 5^2 + 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

691 divisé par 9 2 169 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 296 par 9 ? Justifier.

$$(a) 296 = 9 \times 33 - 1 \quad (b) 296 = 9 \times 32 + 8 \quad (c) 296 = 9 \times 31 + 17$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 157 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 234					
381					
175					
4 060					
6 867					

2. Dans le nombre $96\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 192.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°250



CAPU0250

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 29 - 15 + 4 \quad B = 3 \times 9 - 4 \times 4$$

$$C = (4 \times 6 - 7) \div 2 \quad D = 3 \times [20 - (3 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 4 \times 2 - 2 = 36 \quad 5 \times 8 + 2 + 2 = 52$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 39 \times 11 \quad F = 8 \times 52 \times 125 \quad G = 40 \times 54 + 40 \times 46$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000 \quad 5^2 = 10$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 148 ; 11 ; 1 000 ; 107 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 1 \quad B = (3 \times 3)^2 - 1$$

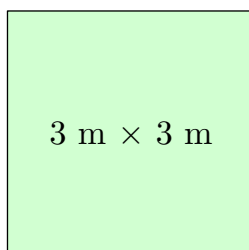
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 129 et 170.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (24 - 3) \times 5 = 21 \times 5 = 105$

$B = 24 - 3 \times 5 = 24 - 15 = 9$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 \times 4^2 - 14$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 4 et 14.

$D = (12 + 5) \times 9$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 12 et 5 par 9.

$E = 5^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 76 = 684 \leq 691 < 693 = 9 \times 77$: le quotient est 76, le reste $691 - 684 = 7$.

$691 = 9 \times 76 + 7$, avec $7 < 9$.

$24 \times 90 = 2\,160 \leq 2\,169 < 2\,184 = 24 \times 91$: le quotient est 90, le reste $2\,169 - 2\,160 = 9$.

$2\,169 = 24 \times 90 + 9$, avec $9 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $296 = 9 \times 33 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $296 = 9 \times 32 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $296 = 9 \times 31 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 32, reste 8.

Comme $8 < 32$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 296 par 32 : quotient 9, reste 8.

3. $157 = 12 \times 13 + 1$, avec $1 < 12$

a) Elle remplit 13 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 234	oui	non	non	non	non
381	non	oui	non	non	non
175	non	non	oui	non	non
4 060	oui	non	oui	non	oui
6 867	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°250



CAPU0250

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 2\,234 \rightarrow 2 + 2 + 3 + 4 = 11 & 381 \rightarrow 3 + 8 + 1 = 12 & 175 \rightarrow 1 + 7 + 5 = 13 \\ 4\,060 \rightarrow 4 + 0 + 6 + 0 = 10 & 6\,867 \rightarrow 6 + 8 + 6 + 7 = 27 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $9 + 6 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15$$

Une seule solution : 960.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 360, somme des chiffres 9.

« 8 est un diviseur de 192. » **Vrai.** $192 = 8 \times 24$: le reste de la division de 192 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 29 - 15 + 4 = 14 + 4 = 18$

$$B = 3 \times 9 - 4 \times 4 = 27 - 16 = 11$$

$$C = (4 \times 6 - 7) \div 2 = (24 - 7) \div 2 = 17 \div 2 = 8,5$$

$$D = 3 \times [20 - (3 + 5)] = 3 \times [20 - 8] = 3 \times 12 = 36$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (4 \times 2 - 2) = 6 \times (8 - 2) = 6 \times 6 = 36$$

$$5 \times (8 + 2) + 2 = 5 \times 10 + 2 = 50 + 2 = 52$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 39 \times 11 = 39 \times (10 + 1) = 39 \times 10 + 39 \times 1 = 390 + 39 = 429$$

$$F = 8 \times 52 \times 125 = 8 \times 125 \times 52 = 1\,000 \times 52 = 52\,000$$

$$G = 40 \times 54 + 40 \times 46 = 40 \times (54 + 46) = 40 \times 100 = 4\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » } \mathbf{Vrai.} \quad 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 5^2 = 10 \text{ » } \mathbf{Faux.} \quad 5^2 = 5 \times 5 = 25. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 5 \times 2 = 10, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$11 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 11 < 16 = 4^2) \quad 49 = 7^2 : \mathbf{carré}$$

$$107 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 107 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \mathbf{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°250



CAPU0250

148 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 148 < 169 = 13^2$) 1 000 = 10^3 : cube

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 1 = 3 \times 9 - 1 = 27 - 1 = 26$

$$B = (3 \times 3)^2 - 1 = 9^2 - 1 = 81 - 1 = 80$$

$$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$$

$$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 6 = 1^2 + 6 = 1 + 6 = 7$ et $7x = 7 \times 1 = 7$.

7 = 7 : l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Pour $x = 2$: $x^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10$ et $7x = 7 \times 2 = 14$.

10 $\neq$ 14 : l'égalité est fausse pour $x = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 6$, et seulement pour 1 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. 1 m = 100 cm et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$3 \times 5 = 15$$

a) Il faut 15 carreaux le long d'un côté.

$$15 \text{ rangées de } 15 \text{ carreaux : } 15^2 = 15 \times 15 = 225$$

b) Il faut 225 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 129 et 170. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).