



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°251



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 40 et le produit de 6 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 40 et 6 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 25 - 5 \times 4 \quad \mathbf{D} = 10 + 2 \times 5 \quad \mathbf{E} = 2 \times 7^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

525 divisé par 4 600 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 173 par 9 ? Justifier.

$$(a) 173 = 9 \times 20 - 7 \quad (b) 173 = 9 \times 19 + 2 \quad (c) 173 = 9 \times 18 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 73 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
605					
6 903					
237					
2 560					
3 692					

2. Dans le nombre $91\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 83 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°251



CAPU0251

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 + 8 \times 6 \quad B = 11 + 12 \div 4 \times 2$$

$$C = 55 - 2 \times (12 - 2) \quad D = 5 \times [27 - (3 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 7 - 6 \times 2 = 18 \quad 7 \times 3 + 8 - 6 = 71$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12 \times 11 \quad F = 49 \times 72 + 49 \times 28 \quad G = 8 \times 79 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 7 \times 7 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^3 = 12 \quad 1^3 = 1 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 49 ; 25 ; 125 ; 62 ; 65

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 2 \quad B = (3 \times 6)^2 - 2$$

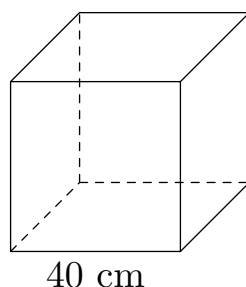
$$C = 6^2 + 2^2 \quad D = (6 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 30 = 11n$ est-elle vraie pour $n = 7$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 187 et 247.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 40 - 6 \times 5 = 40 - 30 = 10$

$$B = (40 - 6) \times 5 = 34 \times 5 = 170$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 25 - 5 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 25 et le produit de 5 par 4.

$$D = 10 + 2 \times 5$$
 est une **somme** : c'est la somme de 10 et du produit de 2 par 5.

$$E = 2 \times 7^2$$
 est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 131 = 524 \leq 525 < 528 = 4 \times 132$: le quotient est 131, le reste $525 - 524 = 1$.

$$525 = 4 \times 131 + 1, \text{ avec } 1 < 4.$$

$$16 \times 37 = 592 \leq 600 < 608 = 16 \times 38$$
 : le quotient est 37, le reste $600 - 592 = 8$.

$$600 = 16 \times 37 + 8, \text{ avec } 8 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $173 = 9 \times 20 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $173 = 9 \times 19 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $173 = 9 \times 18 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 19, reste 2.

Comme $2 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 173 par 19 : quotient 9, reste 2.

3. $73 = 16 \times 4 + 9$

4 minibus pleins transportent 64 élèves ; il en reste 9 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 9 = 7$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
605	non	non	oui	non	non
6 903	non	oui	non	oui	non
237	non	oui	non	non	non
2 560	oui	non	oui	non	oui
3 692	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$605 \rightarrow 6 + 0 + 5 = 11 \quad 6\ 903 \rightarrow 6 + 9 + 0 + 3 = 18 \quad 237 \rightarrow 2 + 3 + 7 = 12$$

$$2\ 560 \rightarrow 2 + 5 + 6 + 0 = 13 \quad 3\ 692 \rightarrow 3 + 6 + 9 + 2 = 20$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 1 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 912, 918.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 51 est divisible par 3 ($51 = 3 \times 17$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 83 est un multiple de 5. » **Faux.** $83 = 5 \times 16 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 8 \times 6 = 24 + 48 = 72$

$$B = 11 + 12 \div 4 \times 2 = 11 + 3 \times 2 = 11 + 6 = 17$$

$$C = 55 - 2 \times (12 - 2) = 55 - 2 \times 10 = 55 - 20 = 35$$

$$D = 5 \times [27 - (3 + 5)] = 5 \times [27 - 8] = 5 \times 19 = 95$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 7 - 6) \times 2 = (15 - 6) \times 2 = 9 \times 2 = 18$$

$$7 \times (3 + 8) - 6 = 7 \times 11 - 6 = 77 - 6 = 71$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12 \times 11 = 12 \times (10 + 1) = 12 \times 10 + 12 \times 1 = 120 + 12 = 132$$

$$F = 49 \times 72 + 49 \times 28 = 49 \times (72 + 28) = 49 \times 100 = 4\ 900$$

$$G = 8 \times 79 \times 125 = 8 \times 125 \times 79 = 1\ 000 \times 79 = 79\ 000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $7 \times 7 = 7^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $2^3 = 8$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $4^3 = 12$ » **Faux**. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $8^2 = 16$ » **Faux**. $8^2 = 8 \times 8 = 64$. L'exposant ne multiplie pas : $8 \times 2 = 16$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** $49 = 7^2$: **carré**

62 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2$) $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube !**

65 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 65 < 81 = 9^2$) $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 2 = 3 \times 36 - 2 = 108 - 2 = 106$

$B = (3 \times 6)^2 - 2 = 18^2 - 2 = 324 - 2 = 322$

$C = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

$D = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 7$: $n^2 + 30 = 7^2 + 30 = 49 + 30 = 79$ et $11n = 11 \times 7 = 77$.

$79 \neq 77$: l'égalité est fausse pour $n = 7$.

Pour $n = 6$: $n^2 + 30 = 6^2 + 30 = 36 + 30 = 66$ et $11n = 11 \times 6 = 66$.

$66 = 66$: l'égalité est vraie pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 6 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\ 000$

a) Le volume est de $64\ 000\text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$64\ 000 \div 1\ 000 = 64$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 187 et 247. » $\rightarrow$ encore 59 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°251



CAPU0251

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).