



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°252



CAPU0252

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 12 et du quotient de 8 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 12 et 8 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 9^2 \quad D = 68 - 7 \times 7 \quad E = (2 \times 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

483 divisé par 4 1 399 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 282 par 7 ? Justifier.

$$(a) 282 = 7 \times 40 + 2 \quad (b) 282 = 7 \times 39 + 9 \quad (c) 282 = 7 \times 41 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 52 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
921					
3 320					
995					
6 388					
8 901					

2. Dans le nombre $58\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 91.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°252



CAPU0252

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 + 8 \times 8 \quad B = 49 \div 7 \times 2$$

$$C = (4 \times 6 - 6) \div 2 \quad D = 8,8 + 4 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 - 2 + 6 \times 3 = 36 \quad 3 \times 3 \times 9 + 3 = 108$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 43 \times 125 \quad F = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 \quad G = 26 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^3 = 12 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

126 ; 37 ; 27 ; 25 ; 121 ; 89

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 5 \quad B = (4 \times 5)^2 - 5$$

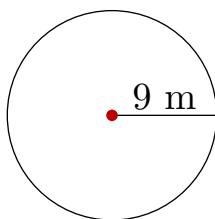
$$C = 5^2 + 2^2 \quad D = (5 + 2)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 1$ et $B = (3a)^2 - 1$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 9 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 63 et 105.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°252



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 12 + 8 \div 2 = 12 + 4 = 16$

$$B = (12 + 8) \div 2 = 20 \div 2 = 10$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$$D = 68 - 7 \times 7 \text{ est une } \mathbf{\text{différence}} : \text{c'est la différence entre 68 et le produit de 7 par 7.}$$

$$E = (2 \times 3)^2 \text{ est un } \mathbf{\text{carré}} : \text{c'est le carré du double de 3.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 120 = 480 \leq 483 < 484 = 4 \times 121$: le quotient est 120, le reste $483 - 480 = 3$.

$$483 = 4 \times 120 + 3, \text{ avec } 3 < 4.$$

$$27 \times 51 = 1\,377 \leq 1\,399 < 1\,404 = 27 \times 52 : \text{le quotient est 51, le reste } 1\,399 - 1\,377 = 22.$$

$$1\,399 = 27 \times 51 + 22, \text{ avec } 22 < 27.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $282 = 7 \times 40 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $282 = 7 \times 39 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(c) $282 = 7 \times 41 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 40, reste 2.

Comme $2 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 282 par 40 : quotient 7, reste 2.

3. $52 = 8 \times 6 + 4$

6 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 4 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 4 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°252



CAPU0252

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
921	non	oui	non	non	non
3 320	oui	non	oui	non	oui
995	non	non	oui	non	non
6 388	oui	non	non	non	non
8 901	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$921 \rightarrow 9 + 2 + 1 = 12 \quad 3\,320 \rightarrow 3 + 3 + 2 + 0 = 8 \quad 995 \rightarrow 9 + 9 + 5 = 23$$

$$6\,388 \rightarrow 6 + 3 + 8 + 8 = 25 \quad 8\,901 \rightarrow 8 + 9 + 0 + 1 = 18$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $5 + 8 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 585.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 414, somme des chiffres 9.

« 7 est un diviseur de 91. » **Vrai.** $91 = 7 \times 13$: le reste de la division de 91 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 + 8 \times 8 = 21 + 64 = 85$

$$B = 49 \div 7 \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

$$C = (4 \times 6 - 6) \div 2 = (24 - 6) \div 2 = 18 \div 2 = 9$$

$$D = 8,8 + 4 \times 1,5 = 8,8 + 6 = 14,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 - 2 + 6) \times 3 = (6 + 6) \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

$$3 \times 3 \times (9 + 3) = 3 \times 3 \times 12 = 9 \times 12 = 108$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 43 \times 125 = 8 \times 125 \times 43 = 1\,000 \times 43 = 43\,000$$

$$F = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 26 \times 99 = 26 \times (100 - 1) = 26 \times 100 - 26 \times 1 = 2\,600 - 26 = 2\,574$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°252



CAPU0252

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $3 \times 3 = 3^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $4^3 = 12$ » **Faux**. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** $27 = 3^3$: **cube**

37 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 37 < 49 = 7^2$) 89 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 89 < 100 = 10^2$)

$121 = 11^2$: **carré** 126 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 5 = 4 \times 25 - 5 = 100 - 5 = 95$

$B = (4 \times 5)^2 - 5 = 20^2 - 5 = 400 - 5 = 395$

$C = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$

$D = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3a^2 - 1 = 3 \times 5^2 - 1 = 3 \times 25 - 1 = 75 - 1 = 74$

$B = (3a)^2 - 1 = (3 \times 5)^2 - 1 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit $3a$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 9^2 = \pi \times 81 = 81\pi$

a) **L'aire exacte est $81\pi \text{ m}^2$.**

$81 \times 3,14 = 254,34$

b) **L'aire vaut environ 254 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 9^2$, et non $(\pi \times 9)^2$. On élève 9 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 63 et 105. » $\rightarrow$ encore 41 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).