



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°253



CAPU0253

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 48 et du quotient de 48 par 6.
- **B** est le quotient de la somme de 48 et 48 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 2)^2 \quad D = 5 + 2 \times 8 \quad E = (31 + 17) \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

183 divisé par 6 1 332 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 336 par 9 ? Justifier.

$$(a) 336 = 9 \times 38 - 6 \quad (b) 336 = 9 \times 36 + 12 \quad (c) 336 = 9 \times 37 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 176 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 176 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 890					
7 569					
535					
417					
9 412					

2. Dans le nombre $48\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 147 est un multiple de 5.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 12 + 8 \times 5 \quad B = 48 \div 6 \times 2$$

$$C = (7 + 4) \times 2 - 5 \quad D = [4 + 7 \times (11 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 9 + 2 - 5 = 42 \quad 2 \times 3 \times 4 - 4 = 16$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 9 \quad F = 20 + 7,8 + 80 \quad G = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 4 \times 4 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^3 = 15 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

96 ; 32 ; 16 ; 27 ; 81 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 5 \quad B = (2 \times 3)^2 - 5$$

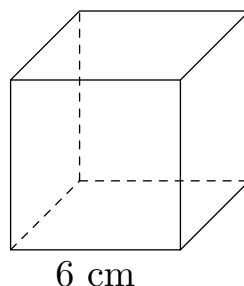
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 4$ et $B = (5a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



6 cm

a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 138 et 190.
sible par 3.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°253



CAPU0253

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 48 + 48 \div 6 = 48 + 8 = 56$

$B = (48 + 48) \div 6 = 96 \div 6 = 16$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 2.

$D = 5 + 2 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 5 et du produit de 2 par 8.

$E = (31 + 17) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 31 et 17 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 30 = 180 \leq 183 < 186 = 6 \times 31$: le quotient est 30, le reste $183 - 180 = 3$.

$183 = 6 \times 30 + 3$, avec $3 < 6$.

$20 \times 66 = 1\,320 \leq 1\,332 < 1\,340 = 20 \times 67$: le quotient est 66, le reste $1\,332 - 1\,320 = 12$.

$1\,332 = 20 \times 66 + 12$, avec $12 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $336 = 9 \times 38 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $336 = 9 \times 36 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $336 = 9 \times 37 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 9. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 37, reste 3.

Comme $3 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 336 par 37 : quotient 9, reste 3.

3. $176 = 7 \times 25 + 1$

a) 176 jours font 25 semaines complètes et 1 jour.

Après 25 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 1 jour : mardi → mercredi.

b) Dans 176 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 890	oui	oui	oui	oui	oui
7 569	non	oui	non	oui	non
535	non	non	oui	non	non
417	non	oui	non	non	non
9 412	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°253



CAPU0253

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 1\ 890 &\rightarrow 1 + 8 + 9 + 0 = 18 & 7\ 569 &\rightarrow 7 + 5 + 6 + 9 = 27 & 535 &\rightarrow 5 + 3 + 5 = 13 \\ 417 &\rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 & 9\ 412 &\rightarrow 9 + 4 + 1 + 2 = 16 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 8 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 480.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 87 est divisible par 3 ($87 = 3 \times 29$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 147 est un multiple de 5. » **Faux.** $147 = 5 \times 29 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 12 + 8 \times 5 = 12 + 40 = 52$

$$B = 48 \div 6 \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

$$C = (7 + 4) \times 2 - 5 = 11 \times 2 - 5 = 22 - 5 = 17$$

$$D = [4 + 7 \times (11 - 1)] \div 2 = [4 + 7 \times 10] \div 2 = [4 + 70] \div 2 = 74 \div 2 = 37$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (9 + 2 - 5) = 7 \times (11 - 5) = 7 \times 6 = 42$$

$$2 \times (3 \times 4 - 4) = 2 \times (12 - 4) = 2 \times 8 = 16$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 9 = 42 \times (10 - 1) = 42 \times 10 - 42 \times 1 = 420 - 42 = 378$$

$$F = 20 + 7,8 + 80 = 20 + 80 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $4 \times 4 = 4^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$32 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°253



CAPU0253

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 96 : \text{ni l'un ni l'autre} (9^2 = 81 < 96 < 100 = 10^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 2 \times 3^2 - 5 = 2 \times 9 - 5 = 18 - 5 = 13$$

$$B = (2 \times 3)^2 - 5 = 6^2 - 5 = 36 - 5 = 31$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 4 = 5 \times 5^2 - 4 = 5 \times 25 - 4 = 125 - 4 = 121$$

$$B = (5a)^2 - 4 = (5 \times 5)^2 - 4 = 25^2 - 4 = 625 - 4 = 621$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 138 et 190. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).