



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°254



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 5.
- **B** est le carré du double de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 14 - 2 \times 3 \quad \mathbf{D} = (1 + 3)^2 \quad \mathbf{E} = (10 + 2) \times 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

217 divisé par 6 1 324 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 282 par 12 ? Justifier.

$$(a) 282 = 12 \times 23 + 6 \quad (b) 282 = 12 \times 22 + 18 \quad (c) 282 = 12 \times 24 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 86 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 146					
9 603					
561					
355					
8 310					

2. Dans le nombre $4\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 156.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°254



CAPU0254

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 27 + 9 \times 6 \quad B = 21 \div 7 \times 2$$

$$C = (4 + 8) \times 3 - 16 \quad D = 3 \times [37 - (4 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 3 + 6 - 6 = 66 \quad 7 \times 5 + 7 + 8 = 140$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 \quad F = 51 + 0,75 + 49 \quad G = 19 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 12 \times 12 \quad 6 + 6 + 6 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$9^2 = 18 \quad 0^2 = 0 \quad 2 \times 5^2 = 10^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

11 ; 81 ; 125 ; 114 ; 121 ; 116

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 5 \quad B = (4 \times 4)^2 - 5$$

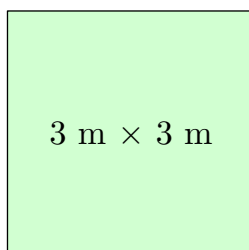
$$C = 1^2 + 2^2 \quad D = (1 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $3x^2$ pour $x = 3$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 62.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°254



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

$B = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 14 - 2 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 14 et le produit de 2 par 3.

$D = (1 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 3.

$E = (10 + 2) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 10 et 2 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 36 = 216 \leq 217 < 222 = 6 \times 37$: le quotient est 36, le reste $217 - 216 = 1$.

$217 = 6 \times 36 + 1$, avec $1 < 6$.

$22 \times 60 = 1\,320 \leq 1\,324 < 1\,342 = 22 \times 61$: le quotient est 60, le reste $1\,324 - 1\,320 = 4$.

$1\,324 = 22 \times 60 + 4$, avec $4 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $282 = 12 \times 23 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $282 = 12 \times 22 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $282 = 12 \times 24 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 23, reste 6.

Comme $6 < 23$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 282 par 23 : quotient 12, reste 6.

3. $86 = 6 \times 14 + 2$, avec $2 < 6$

a) Elle remplit 14 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 146	oui	non	non	non	non
9 603	non	oui	non	oui	non
561	non	oui	non	non	non
355	non	non	oui	non	non
8 310	oui	oui	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°254



CAPU0254

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\ 146 &\rightarrow 9 + 1 + 4 + 6 = 20 & 9\ 603 &\rightarrow 9 + 6 + 0 + 3 = 18 & 561 &\rightarrow 5 + 6 + 1 = 12 \\ 355 &\rightarrow 3 + 5 + 5 = 13 & 8\ 310 &\rightarrow 8 + 3 + 1 + 0 = 12 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 4 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9 ; \square = 4 : 12 ; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 414, 444, 474.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 53 se termine par 3, mais $53 = 3 \times 17 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 156. » **Faux.** $156 = 8 \times 19 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 + 9 \times 6 = 27 + 54 = 81$

$$B = 21 \div 7 \times 2 = 3 \times 2 = 6$$

$$C = (4 + 8) \times 3 - 16 = 12 \times 3 - 16 = 36 - 16 = 20$$

$$D = 3 \times [37 - (4 + 8)] = 3 \times [37 - 12] = 3 \times 25 = 75$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (3 + 6) - 6 = 8 \times 9 - 6 = 72 - 6 = 66$$

$$7 \times (5 + 7 + 8) = 7 \times (12 + 8) = 7 \times 20 = 140$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 51 + 0,75 + 49 = 51 + 49 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 19 \times 99 = 19 \times (100 - 1) = 19 \times 100 - 19 \times 1 = 1\ 900 - 19 = 1\ 881$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = \mathbf{2,5^2}$ $12 \times 12 = \mathbf{12^2}$ $3 \times 3 \times 3 = \mathbf{3^3}$

$$6 + 6 + 6 = \mathbf{3 \times 6} = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = \mathbf{36}$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = \mathbf{27}$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = \mathbf{0,25}$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = \mathbf{1\ 000}$$
 $40^2 = 40 \times 40 = \mathbf{1\ 600}$

3. « $9^2 = 18$ » **Faux.** $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » } \mathbf{Vrai.} \quad 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 2 \times 5^2 = 10^2 \text{ » } \mathbf{Faux.} \quad 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50, \text{ alors que } 10^2 = 100. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$11 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 11 < 16 = 4^2) \quad 81 = 9^2 : \mathbf{carré}$$

$$114 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 114 < 121 = 11^2) \quad 116 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 116 < 121 = 11^2)$$

$$121 = 11^2 : \mathbf{carré} \quad 125 = 5^3 : \mathbf{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°254



CAPU0254

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 5 = 4 \times 16 - 5 = 64 - 5 = 59$

$B = (4 \times 4)^2 - 5 = 16^2 - 5 = 256 - 5 = 251$

$C = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$

$D = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 3$: $3x^2 = 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$

Pour $x = 0,5$: $3x^2 = 3 \times 0,5^2 = 3 \times 0,25 = 0,75$

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$3 \times 2 = 6$

a) Il faut 6 carreaux le long d'un côté.

6 rangées de 6 carreaux : $6^2 = 6 \times 6 = 36$

b) Il faut 36 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 62. » $\rightarrow$ encore 60 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).