



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°255



CAPU0255

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 7 et 2 par 7.
- **B** est la somme de 7 et du produit de 2 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 6 + 8 \times 3 \quad \mathbf{D} = (10 + 7) \times 9 \quad \mathbf{E} = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$760 \text{ divisé par } 7 \quad 1\,192 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 532 par 15 ? Justifier.

$$(a) \, 532 = 15 \times 34 + 22 \quad (b) \, 532 = 15 \times 36 - 8 \quad (c) \, 532 = 15 \times 35 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 617					
4 306					
681					
785					
2 540					

2. Dans le nombre $1\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 38.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°255



CAPU0255

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 23 + 5 \times 9 \quad B = 40 \div 8 \times 3$$

$$C = (10 + 12) \times 3 - 2 \quad D = 4 \times [36 - (4 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 2 + 4 - 7 = 47 \quad 8 \times 8 + 7 - 3 = 117$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 88 + 3,45 + 12 \quad F = 19 \times 11 \quad G = 40 \times 12 + 40 \times 88$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 5 + 5 + 5 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^3 = 12 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

141 ; 81 ; 16 ; 27 ; 64 ; 40

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 9 \quad B = (5 \times 2)^2 - 9$$

$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 3 = 4x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 7$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 82 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 2 et 60.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°255



CAPU0255

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (7 + 2) \times 7 = 9 \times 7 = 63$

$B = 7 + 2 \times 7 = 7 + 14 = 21$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6 + 8 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du produit de 8 par 3.

$D = (10 + 7) \times 9$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 10 et 7 par 9.

$E = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 108 = 756 \leq 760 < 763 = 7 \times 109$: le quotient est 108, le reste $760 - 756 = 4$.

$760 = 7 \times 108 + 4$, avec $4 < 7$.

$22 \times 54 = 1\,188 \leq 1\,192 < 1\,210 = 22 \times 55$: le quotient est 54, le reste $1\,192 - 1\,188 = 4$.

$1\,192 = 22 \times 54 + 4$, avec $4 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $532 = 15 \times 34 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $532 = 15 \times 36 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $532 = 15 \times 35 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 35, reste 7.

Comme $7 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 532 par 35 : quotient 15, reste 7.

3. $108 = 8 \times 13 + 4$, avec $4 < 8$

a) Chaque joueur reçoit 13 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 617	non	oui	non	oui	non
4 306	oui	non	non	non	non
681	non	oui	non	non	non
785	non	non	oui	non	non
2 540	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°255



CAPU0255

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 4\,617 &\rightarrow 4 + 6 + 1 + 7 = 18 & 4\,306 &\rightarrow 4 + 3 + 0 + 6 = 13 & 681 &\rightarrow 6 + 8 + 1 = 15 \\ 785 &\rightarrow 7 + 8 + 5 = 20 & 2\,540 &\rightarrow 2 + 5 + 4 + 0 = 11 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 9 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 5 : 15 ; \square = 8 : 18$$

3 solutions : 129, 159, 189.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 23 se termine par 3, mais $23 = 3 \times 7 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 3 est un diviseur de 38. » **Faux.** $38 = 3 \times 12 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 23 + 5 \times 9 = 23 + 45 = 68$

$$B = 40 \div 8 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

$$C = (10 + 12) \times 3 - 2 = 22 \times 3 - 2 = 66 - 2 = 64$$

$$D = 4 \times [36 - (4 + 7)] = 4 \times [36 - 11] = 4 \times 25 = 100$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (2 + 4) - 7 = 9 \times 6 - 7 = 54 - 7 = 47$$

$$8 \times (8 + 7) - 3 = 8 \times 15 - 3 = 120 - 3 = 117$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 88 + 3,45 + 12 = 88 + 12 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 19 \times 11 = 19 \times (10 + 1) = 19 \times 10 + 19 \times 1 = 190 + 19 = 209$$

$$G = 40 \times 12 + 40 \times 88 = 40 \times (12 + 88) = 40 \times 100 = 4\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $9 \times 9 = 9^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$40 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 40 < 49 = 7^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 141 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 141 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°255



CAPU0255

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 9 = 5 \times 4 - 9 = 20 - 9 = 11$

$B = (5 \times 2)^2 - 9 = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$

$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 3 = 1^2 + 3 = 1 + 3 = 4$ et $4x = 4 \times 1 = 4$.

$4 = 4$: l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Pour $x = 7$: $x^2 + 3 = 7^2 + 3 = 49 + 3 = 52$ et $4x = 4 \times 7 = 28$.

$52 \neq 28$: l'égalité est fausse pour $x = 7$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 1 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 82 :

$9^2 = 81 \leq 82$ et $10^2 = 100 > 82$.

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$82 - 81 = 1$

b) Il lui restera 1 dalle.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 2 et 60. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Mon chiffre des unités est 7. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).