



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°256



CAPU0256

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 26 et le produit de 5 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 26 et 5 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 9^2 \quad D = (3 + 2)^3 \quad E = (2 + 16) \div 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

973 divisé par 8 1 186 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 268 par 15 ? Justifier.

$$(a) 268 = 15 \times 18 - 2 \quad (b) 268 = 15 \times 16 + 28 \quad (c) 268 = 15 \times 17 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 55 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 690					
8 811					
4 762					
777					
815					

2. Dans le nombre $70\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 71 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°256



CAPU0256

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 69 - 6 \times 2 \quad B = 16 + 63 \div 7 \times 2$$

$$C = (8 + 3) \times 5 - 9 \quad D = 4 \times [40 - (5 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 6 + 5 \times 8 = 128 \quad 6 + 5 \times 7 - 7 = 6$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 \quad F = 45 \times 99 \quad G = 5 \times 45 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$11 \times 11 \quad 5 + 5 + 5 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

42 ; 16 ; 47 ; 1 000 ; 100 ; 21

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 1 \quad B = (4 \times 4)^2 - 1$$

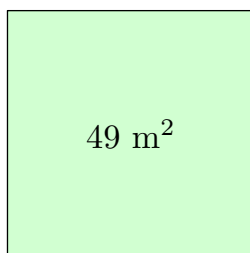
$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 4$ et $B = (5x)^2 - 4$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 49 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 167 et 223.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 26 - 5 \times 4 = 26 - 20 = 6$

$$B = (26 - 5) \times 4 = 21 \times 4 = 84$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$$D = (3 + 2)^3 \text{ est un } \mathbf{cube} : \text{c'est le cube de la somme de 3 et 2.}$$

$$E = (2 + 16) \div 2 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 2 et 16 par 2.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 121 = 968 \leq 973 < 976 = 8 \times 122$: le quotient est 121, le reste $973 - 968 = 5$.

$$\mathbf{973 = 8 \times 121 + 5}, \text{ avec } 5 < 8.$$

$$23 \times 51 = 1\,173 \leq 1\,186 < 1\,196 = 23 \times 52 : \text{le quotient est 51, le reste } 1\,186 - 1\,173 = 13.$$

$$\mathbf{1\,186 = 23 \times 51 + 13}, \text{ avec } 13 < 23.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $268 = 15 \times 18 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $268 = 15 \times 16 + 28$: le « reste » 28 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $268 = 15 \times 17 + 13$: le reste 13 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 17, reste 13.

Comme $13 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 268 par 17 : quotient 15, reste 13.

3. $55 = 9 \times 6 + 1$

6 minibus pleins transportent 54 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 1 = 8$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°256



CAPU0256

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 690	oui	oui	oui	non	oui
8 811	non	oui	non	oui	non
4 762	oui	non	non	non	non
777	non	oui	non	non	non
815	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$6\ 690 \rightarrow 6 + 6 + 9 + 0 = 21 \quad 8\ 811 \rightarrow 8 + 8 + 1 + 1 = 18 \quad 4\ 762 \rightarrow 4 + 7 + 6 + 2 = 19$$

$$777 \rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 \quad 815 \rightarrow 8 + 1 + 5 = 14$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 0 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9; \square = 8 : 15$$

2 solutions : 702, 708.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 56 est pair mais $56 = 3 \times 18 + 2$.

« 71 est un multiple de 6. » **Faux.** $71 = 6 \times 11 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 69 - 6 \times 2 = 69 - 12 = 57$

$$B = 16 + 63 \div 7 \times 2 = 16 + 9 \times 2 = 16 + 18 = 34$$

$$C = (8 + 3) \times 5 - 9 = 11 \times 5 - 9 = 55 - 9 = 46$$

$$D = 4 \times [40 - (5 + 3)] = 4 \times [40 - 8] = 4 \times 32 = 128$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 6 + 5) \times 8 = (11 + 5) \times 8 = 16 \times 8 = 128$$

$$6 + 5 \times (7 - 7) = 6 + 5 \times 0 = 6 + 0 = 6$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 = 1,5 \times (0,4 + 0,6) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 45 \times 99 = 45 \times (100 - 1) = 45 \times 100 - 45 \times 1 = 4\ 500 - 45 = 4\ 455$$

$$G = 5 \times 45 \times 20 = 5 \times 20 \times 45 = 100 \times 45 = 4\ 500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°256



CAPU0256

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $11 \times 11 = 11^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $(2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2$ » **Faux**. $(2 + 5)^2 = 7^2 = 49$, alors que $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** 21 : ni l'un ni l'autre ($4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2$)

42 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 42 < 49 = 7^2$) 47 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2$)

$100 = 10^2$: **carré** $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 1 = 4 \times 16 - 1 = 64 - 1 = 63$

$B = (4 \times 4)^2 - 1 = 16^2 - 1 = 256 - 1 = 255$

$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$

$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 5x^2 - 4 = 5 \times 5^2 - 4 = 5 \times 25 - 4 = 125 - 4 = 121$

$B = (5x)^2 - 4 = (5 \times 5)^2 - 4 = 25^2 - 4 = 625 - 4 = 621$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $5x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 49 : $7 \times 7 = 49$, c'est-à-dire $7^2 = 49$.

a) **Le côté mesure 7 m.**

$4 \times 7 = 28$

b) **Le périmètre est de 28 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 167 et 223. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).