



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°257



CAPU0257

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 6.
- **B** est le double du carré de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 58 - 7 \times 6 \quad \mathbf{D} = (7 + 2)^2 \quad \mathbf{E} = 18 + 8 \div 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

265 divisé par 9 2 162 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 106 par 7 ? Justifier.

$$(a) 106 = 7 \times 16 - 6 \quad (b) 106 = 7 \times 15 + 1 \quad (c) 106 = 7 \times 14 + 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 400 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 137					
327					
8 870					
2 666					
865					

2. Dans le nombre $5\square 7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 102.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°257



CAPU0257

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 - 4 + 9 \quad B = 7 \times 3 - 2 \times 5$$

$$C = (7 + 3) \times 5 - 12 \quad D = 8,1 + 2 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 2 \times 3 + 3 = 15 \quad 3 \times 2 + 8 - 4 = 26$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 31 \times 17 + 31 \times 83 \quad F = 2 \times 88 \times 5 \quad G = 47 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 4 \times 6^2 = 24^2 \quad (2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 21 ; 139 ; 64 ; 8 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 8 \quad B = (3 \times 4)^2 - 8$$

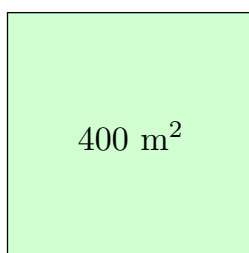
$$C = 2^2 + 4^2 \quad D = (2 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $n^3 + 5$ pour $n = 3$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 400 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 84 et 144.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°257



CAPU0257

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

$B = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 58 - 7 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 58 et le produit de 7 par 6.

$D = (7 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 2.

$E = 18 + 8 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 18 et du quotient de 8 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 29 = 261 \leq 265 < 270 = 9 \times 30$: le quotient est 29, le reste $265 - 261 = 4$.

$265 = 9 \times 29 + 4$, avec $4 < 9$.

$12 \times 180 = 2\,160 \leq 2\,162 < 2\,172 = 12 \times 181$: le quotient est 180, le reste $2\,162 - 2\,160 = 2$.

$2\,162 = 12 \times 180 + 2$, avec $2 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $106 = 7 \times 16 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $106 = 7 \times 15 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $106 = 7 \times 14 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 15, reste 1.

Comme $1 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 106 par 15 : quotient 7, reste 1.

3. $400 = 30 \times 13 + 10$

En 13 soirs, elle lit 390 pages ; il lui en reste encore 10.

a) Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 10 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 137	non	oui	non	oui	non
327	non	oui	non	non	non
8 870	oui	non	oui	non	oui
2 666	oui	non	non	non	non
865	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°257



CAPU0257

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,137 &\rightarrow 7 + 1 + 3 + 7 = 18 & 327 &\rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 & 8\,870 &\rightarrow 8 + 8 + 7 + 0 = 23 \\ 2\,666 &\rightarrow 2 + 6 + 6 + 6 = 20 & 865 &\rightarrow 8 + 6 + 5 = 19 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 7 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 6 : 18$$

Une seule solution : 567.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 86 est pair mais $86 = 3 \times 28 + 2$.
« 6 est un diviseur de 102. » **Vrai.** $102 = 6 \times 17$: le reste de la division de 102 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 - 4 + 9 = 17 + 9 = 26$

$$B = 7 \times 3 - 2 \times 5 = 21 - 10 = 11$$

$$C = (7 + 3) \times 5 - 12 = 10 \times 5 - 12 = 50 - 12 = 38$$

$$D = 8,1 + 2 \times 0,5 = 8,1 + 1 = 9,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 + 2 \times (3 + 3) = 3 + 2 \times 6 = 3 + 12 = 15$$

$$3 \times (2 + 8) - 4 = 3 \times 10 - 4 = 30 - 4 = 26$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 31 \times 17 + 31 \times 83 = 31 \times (17 + 83) = 31 \times 100 = 3\,100$$

$$F = 2 \times 88 \times 5 = 2 \times 5 \times 88 = 10 \times 88 = 880$$

$$G = 47 \times 11 = 47 \times (10 + 1) = 47 \times 10 + 47 \times 1 = 470 + 47 = 517$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 4 \times 6^2 = 24^2 \text{ » Faux. } 4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144, \text{ alors que } 24^2 = 576. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

$$\text{« } (2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (2 + 3)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 21 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$139 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 139 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°257



CAPU0257

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 8 = 3 \times 16 - 8 = 48 - 8 = 40$

$B = (3 \times 4)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$

$C = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

$D = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 3$: $n^3 + 5 = 3^3 + 5 = 27 + 5 = 32$

Pour $n = 10$: $n^3 + 5 = 10^3 + 5 = 1\,000 + 5 = 1\,005$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 400 : $20 \times 20 = 400$, c'est-à-dire $20^2 = 400$.

a) Le côté mesure 20 m.

$4 \times 20 = 80$

b) Le périmètre est de 80 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 84 et 144. » → encore 59 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 5. » → reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).