



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°258



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 4 et 8 par 5.
- **B** est la somme de 4 et du produit de 8 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (1 + 3)^3 \quad D = 2^2 + 3^2 \quad E = 3 \times 8^2 - 18$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

999 divisé par 4 1 458 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 274 par 10 ? Justifier.

$$(a) 274 = 10 \times 27 + 4 \quad (b) 274 = 10 \times 28 - 6 \quad (c) 274 = 10 \times 26 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 131 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
755					
3 520					
9 549					
597					
1 414					

2. Dans le nombre $1\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 104 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°258



CAPU0258

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 51 - 4 + 15 \quad B = 8 + 9 \div 3 \times 2$$

$$C = 62 - 5 \times (17 - 8) \quad D = 1,6 + 5 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 8 + 3 + 2 = 65 \quad 3 \times 3 + 8 + 5 = 38$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 98 \times 50 \quad F = 42 \times 56 - 42 \times 46 \quad G = 40 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 8 \times 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$8^2 = 16 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

33 ; 25 ; 128 ; 144 ; 125 ; 42

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 2 \quad B = (2 \times 4)^2 - 2$$

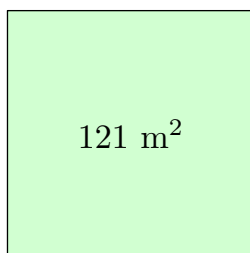
$$C = 5^2 + 2^2 \quad D = (5 + 2)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 4$ et $B = (4a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 53 et 120.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°258



CAPU0258

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 8) \times 5 = 12 \times 5 = 60$

$B = 4 + 8 \times 5 = 4 + 40 = 44$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

$D = 2^2 + 3^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 2 et de 3.

$E = 3 \times 8^2 - 18$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 8 et 18.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 249 = 996 \leq 999 < 1\,000 = 4 \times 250$: le quotient est 249, le reste $999 - 996 = 3$.

$999 = 4 \times 249 + 3$, avec $3 < 4$.

$14 \times 104 = 1\,456 \leq 1\,458 < 1\,470 = 14 \times 105$: le quotient est 104, le reste $1\,458 - 1\,456 = 2$.

$1\,458 = 14 \times 104 + 2$, avec $2 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $274 = 10 \times 27 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 10. ✓

(b) $274 = 10 \times 28 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $274 = 10 \times 26 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 27, reste 4.

Comme $4 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 274 par 27 : quotient 10, reste 4.

3. $131 = 25 \times 5 + 6$

En 5 soirs, elle lit 125 pages ; il lui en reste encore 6.

a) **Il lui faut $5 + 1 = 6$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 6 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
755	non	non	oui	non	non
3 520	oui	non	oui	non	oui
9 549	non	oui	non	oui	non
597	non	oui	non	non	non
1 414	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°258



CAPU0258

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 755 &\rightarrow 7 + 5 + 5 = 17 & 3\,520 &\rightarrow 3 + 5 + 2 + 0 = 10 & 9\,549 &\rightarrow 9 + 5 + 4 + 9 = 27 \\ 597 &\rightarrow 5 + 9 + 7 = 21 & 1\,414 &\rightarrow 1 + 4 + 1 + 4 = 10 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 5 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 3 : 9 ; \square = 6 : 12 ; \square = 9 : 15$$

4 solutions : 105, 135, 165, 195.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 40 est pair mais $40 = 3 \times 13 + 1$.
« 104 est un multiple de 7. » **Faux.** $104 = 7 \times 14 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 51 - 4 + 15 = 47 + 15 = 62$

$$B = 8 + 9 \div 3 \times 2 = 8 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14$$

$$C = 62 - 5 \times (17 - 8) = 62 - 5 \times 9 = 62 - 45 = 17$$

$$D = 1,6 + 5 \times 1,5 = 1,6 + 7,5 = 9,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (8 + 3 + 2) = 5 \times (11 + 2) = 5 \times 13 = 65$$

$$3 \times (3 + 8) + 5 = 3 \times 11 + 5 = 33 + 5 = 38$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 98 \times 50 = 2 \times 50 \times 98 = 100 \times 98 = 9\,800$$

$$F = 42 \times 56 - 42 \times 46 = 42 \times (56 - 46) = 42 \times 10 = 420$$

$$G = 40 \times 11 = 40 \times (10 + 1) = 40 \times 10 + 40 \times 1 = 400 + 40 = 440$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $8 \times 8 = 8^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $8^2 = 16$ » **Faux.** $8^2 = 8 \times 8 = 64$. L'exposant ne multiplie pas : $8 \times 2 = 16$, c'est le double.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 33 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 33 < 36 = 6^2)$$

$$42 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 42 < 49 = 7^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

$$128 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°258



CAPU0258

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 2 = 2 \times 16 - 2 = 32 - 2 = 30$

$$B = (2 \times 4)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 64 - 2 = 62$$

$$C = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$$

$$D = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 4 = 4 \times 3^2 - 4 = 4 \times 9 - 4 = 36 - 4 = 32$$

$$B = (4a)^2 - 4 = (4 \times 3)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) Le côté mesure 11 m.

$$4 \times 11 = 44$$

b) Le périmètre est de 44 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 53 et 120. » → encore 66 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 5. » → reste : 64, 81.

« Mon chiffre des unités est 1. » → reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).