



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°259



CAPU0259

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 14 et du produit de 3 par 8.
- **B** est le produit de la somme de 14 et 3 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (8 + 4) \div 4 \quad D = 3 \times 9^2 - 3 \quad E = 5^2 + 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

591 divisé par 9 2 016 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 290 par 9 ? Justifier.

$$(a) 290 = 9 \times 31 + 11 \quad (b) 290 = 9 \times 33 - 7 \quad (c) 290 = 9 \times 32 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 195 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417					
2 007					
4 360					
9 484					
215					

2. Dans le nombre $70\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 45 est un multiple de 3.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 46 - 10 + 10 \quad B = 36 \div 6 \times 5$$

$$C = 71 - 5 \times (14 - 8) \quad D = 7,8 + 5 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 - 4 + 3 + 5 = 6 \quad 6 + 9 - 7 \times 2 = 16$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 38 \times 99 \quad F = 38 \times 64 + 38 \times 36 \quad G = 8 \times 45 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$11 \times 11 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 4 + 4 + 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 61 ; 49 ; 150 ; 131 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 5 \quad B = (5 \times 2)^2 - 5$$

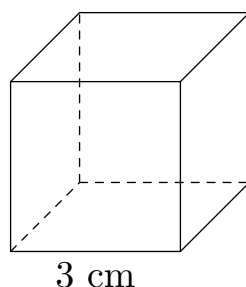
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 192 et 245.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°259



CAPU0259

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 14 + 3 \times 8 = 14 + 24 = 38$

$B = (14 + 3) \times 8 = 17 \times 8 = 136$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (8 + 4) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 8 et 4 par 4.

$D = 3 \times 9^2 - 3$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 9 et 3.

$E = 5^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 65 = 585 \leq 591 < 594 = 9 \times 66$: le quotient est 65, le reste $591 - 585 = 6$.

$591 = 9 \times 65 + 6$, avec $6 < 9$.

$13 \times 155 = 2\,015 \leq 2\,016 < 2\,028 = 13 \times 156$: le quotient est 155, le reste $2\,016 - 2\,015 = 1$.

$2\,016 = 13 \times 155 + 1$, avec $1 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $290 = 9 \times 31 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $290 = 9 \times 33 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $290 = 9 \times 32 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 9. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 32, reste 2.

Comme $2 < 32$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 290 par 32 : quotient 9, reste 2.

3. $195 = 12 \times 16 + 3$, avec $3 < 12$

a) Elle remplit 16 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417	non	oui	non	non	non
2 007	non	oui	non	oui	non
4 360	oui	non	oui	non	oui
9 484	oui	non	non	non	non
215	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°259



CAPU0259

Sommes des chiffres :

$$417 \rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 \quad 2\,007 \rightarrow 2 + 0 + 0 + 7 = 9 \quad 4\,360 \rightarrow 4 + 3 + 6 + 0 = 13$$
$$9\,484 \rightarrow 9 + 4 + 8 + 4 = 25 \quad 215 \rightarrow 2 + 1 + 5 = 8$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 0 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9; \square = 8 : 15$$

2 solutions : 702, 708.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 68 est pair mais $68 = 3 \times 22 + 2$.
« 45 est un multiple de 3. » **Vrai.** $45 = 3 \times 15$: le reste de la division de 45 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 46 - 10 + 10 = 36 + 10 = 46$

$$B = 36 \div 6 \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

$$C = 71 - 5 \times (14 - 8) = 71 - 5 \times 6 = 71 - 30 = 41$$

$$D = 7,8 + 5 \times 0,5 = 7,8 + 2,5 = 10,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 - (4 + 3) + 5 = 8 - 7 + 5 = 1 + 5 = 6$$

$$(6 + 9 - 7) \times 2 = (15 - 7) \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 38 \times 99 = 38 \times (100 - 1) = 38 \times 100 - 38 \times 1 = 3\,800 - 38 = 3\,762$$

$$F = 38 \times 64 + 38 \times 36 = 38 \times (64 + 36) = 38 \times 100 = 3\,800$$

$$G = 8 \times 45 \times 125 = 8 \times 125 \times 45 = 1\,000 \times 45 = 45\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $11 \times 11 = 11^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } (4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2 \text{ » Faux. } (4 + 2)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$61 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 61 < 64 = 8^2) \quad 131 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 131 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°259



CAPU0259

150 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2$) 1 000 = 10^3 : **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 5 = 5 \times 4 - 5 = 20 - 5 = 15$

$$B = (5 \times 2)^2 - 5 = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : 2a^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$$

$$\text{Pour } a = 10 : 2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 192 et 245. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).