



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°26



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 6 et 2.
- **B** est la somme des carrés de 6 et de 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (1 + 2)^3 \quad \mathbf{D} = 5 \times (6 - 2) \quad \mathbf{E} = 3 \times 4^2 - 7$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

594 divisé par 7      1 792 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 82 par 9 ? Justifier.

$$(a) 82 = 9 \times 9 + 1 \quad (b) 82 = 9 \times 8 + 10 \quad (c) 82 = 9 \times 10 - 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 141    |       |       |       |       |        |
| 455    |       |       |       |       |        |
| 6 700  |       |       |       |       |        |
| 1 737  |       |       |       |       |        |
| 3 998  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $72\square$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 66 est un multiple de 6.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°26



CAPU0026

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 35 - 6 + 5 \quad B = 64 \div 8 \times 4$$

$$C = (3 \times 7 - 2) \div 5 \quad D = 2 \times [20 - (4 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 2 + 5 \times 5 = 50 \quad 2 + 4 - 4 - 2 = 4$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 30 \times 52 + 30 \times 48 \quad F = 2 \times 76 \times 5 \quad G = 27 \times 11$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 9 \times 9 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2 \quad 3 \times 5^2 = 15^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 57 ; 88 ; 8 ; 85 ; 16

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 6 \quad B = (2 \times 6)^2 - 6$$

$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. On pose  $A = 2x^2 - 7$  et  $B = (2x)^2 - 7$ . Calculer A et B pour  $x = 2$ .

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 37 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 36 et 98.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 4.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°26



CAPU0026

## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$

$B = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = (1 + 2)^3$  est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$D = 5 \times (6 - 2)$  est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 6 et 2.

$E = 3 \times 4^2 - 7$  est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 4 et 7.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $7 \times 84 = 588 \leq 594 < 595 = 7 \times 85$  : le quotient est 84, le reste  $594 - 588 = 6$ .

$594 = 7 \times 84 + 6$ , avec  $6 < 7$ .

$23 \times 77 = 1\,771 \leq 1\,792 < 1\,794 = 23 \times 78$  : le quotient est 77, le reste  $1\,792 - 1\,771 = 21$ .

$1\,792 = 23 \times 77 + 21$ , avec  $21 < 23$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 9$  » :

(a)  $82 = 9 \times 9 + 1$  : le reste 1 est bien inférieur à 9. ✓

(b)  $82 = 9 \times 8 + 10$  : le « reste » 10 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c)  $82 = 9 \times 10 - 8$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

**C'est l'égalité (a) : quotient 9, reste 1.**

Comme  $1 < 9$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 82 par 9 : quotient 9, reste 1.

3.  $52 = 8 \times 6 + 4$ , avec  $4 < 8$

a) **Chaque joueur reçoit 6 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 141    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 455    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 6 700  | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |
| 1 737  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 3 998  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°26



CAPU0026

Sommes des chiffres :

$$141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \quad 455 \rightarrow 4 + 5 + 5 = 14 \quad 6\,700 \rightarrow 6 + 7 + 0 + 0 = 13$$
$$1\,737 \rightarrow 1 + 7 + 3 + 7 = 18 \quad 3\,998 \rightarrow 3 + 9 + 9 + 8 = 29$$

2. Divisible par 5 :  $\square$  vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 :  $7 + 2 + \square = 9 + \square$  doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

**Une seule solution : 720.**

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car  $9 = 3 \times 3$ . Exemple : 837, somme des chiffres 18.

« 66 est un multiple de 6. » **Vrai.**  $66 = 6 \times 11$  : le reste de la division de 66 par 6 est nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 35 - 6 + 5 = 29 + 5 = 34$

$$B = 64 \div 8 \times 4 = 8 \times 4 = 32$$

$$C = (3 \times 7 - 2) \div 5 = (21 - 2) \div 5 = 19 \div 5 = 3,8$$

$$D = 2 \times [20 - (4 + 8)] = 2 \times [20 - 12] = 2 \times 8 = 16$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 2 + 5) \times 5 = (5 + 5) \times 5 = 10 \times 5 = 50$$

$$2 + 4 - (4 - 2) = 2 + 4 - 2 = 6 - 2 = 4$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 30 \times 52 + 30 \times 48 = 30 \times (52 + 48) = 30 \times 100 = 3\,000$$

$$F = 2 \times 76 \times 5 = 2 \times 5 \times 76 = 10 \times 76 = 760$$

$$G = 27 \times 11 = 27 \times (10 + 1) = 27 \times 10 + 27 \times 1 = 270 + 27 = 297$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$      $9 \times 9 = 9^2$      $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2.  $8^2 = 8 \times 8 = 64$      $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$      $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. «  $1^3 = 1$  » **Vrai.**  $1 \times 1 \times 1 = 1$ .

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 3 \times 5^2 = 15^2 \text{ » Faux. } 3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75, \text{ alors que } 15^2 = 225. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$57 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 57 < 64 = 8^2) \quad 85 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2)$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°26



CAPU0026

88 : ni l'un ni l'autre ( $9^2 = 81 < 88 < 100 = 10^2$ )       $121 = 11^2$  : **carré**

### Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 2 \times 6^2 - 6 = 2 \times 36 - 6 = 72 - 6 = 66$

$$B = (2 \times 6)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$$

$$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$$

$$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$  : dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $2 \times 6$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes  $\times$ .

$$A = 2x^2 - 7 = 2 \times 2^2 - 7 = 2 \times 4 - 7 = 8 - 7 = 1$$

$$B = (2x)^2 - 7 = (2 \times 2)^2 - 7 = 4^2 - 7 = 16 - 7 = 9$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit  $2x$  tout entier.

### Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise  $n \times n = n^2$ . On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 37 :

$$6^2 = 36 \leq 37 \text{ et } 7^2 = 49 > 37.$$

**a) Elle mettra 6 dalles sur chaque côté.**

$$37 - 36 = 1$$

**b) Il lui restera 1 dalle.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 36 et 98. »  $\rightarrow$  encore 61 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 9. »  $\rightarrow$  reste : 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 4. »  $\rightarrow$  reste : 64.

**Le nombre mystère est 64 ( $64 = 8^2$  et  $64 = 4^3$ ).**