



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°260



CAPU0260

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 1 et 4.
- **B** est la somme des carrés de 1 et de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 3) \times 6 \quad D = 4 \times 8^2 - 13 \quad E = 13 + 56 \div 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

307 divisé par 8 531 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 174 par 9 ? Justifier.

$$(a) 174 = 9 \times 20 - 6 \quad (b) 174 = 9 \times 18 + 12 \quad (c) 174 = 9 \times 19 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 309 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 760					
955					
9 153					
5 516					
291					

2. Dans le nombre $69\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 85.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°260



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 44 - 14 + 5 \quad B = 6 \times 5 - 2 \times 2$$

$$C = (9 \times 3 - 5) \div 2 \quad D = 5 \times [33 - (4 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 8 - 6 + 4 = 6 \quad 5 + 5 \times 8 \times 2 = 90$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 31 + 7,8 + 69 \quad F = 21 \times 101 \quad G = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 8 + 8 + 8 \quad 9 \times 9 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad (3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

20 ; 64 ; 144 ; 125 ; 81 ; 86

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 2 \quad B = (5 \times 5)^2 - 2$$

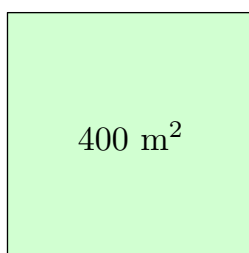
$$C = 6^2 + 5^2 \quad D = (6 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $a^3 + 3$ pour $a = 2$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 400 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 110 et 154.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°260



CAPU0260

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$

$B = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 3) \times 6$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 2 et 3 par 6.

$D = 4 \times 8^2 - 13$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 8 et 13.

$E = 13 + 56 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 13 et du quotient de 56 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 38 = 304 \leq 307 < 312 = 8 \times 39$: le quotient est 38, le reste $307 - 304 = 3$.

$307 = 8 \times 38 + 3$, avec $3 < 8$.

$29 \times 18 = 522 \leq 531 < 551 = 29 \times 19$: le quotient est 18, le reste $531 - 522 = 9$.

$531 = 29 \times 18 + 9$, avec $9 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $174 = 9 \times 20 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $174 = 9 \times 18 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $174 = 9 \times 19 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 9. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 19, reste 3.

Comme $3 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 174 par 19 : quotient 9, reste 3.

3. $309 = 25 \times 12 + 9$

En 12 soirs, elle lit 300 pages ; il lui en reste encore 9.

a) Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 9 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 760	oui	non	oui	non	oui
955	non	non	oui	non	non
9 153	non	oui	non	oui	non
5 516	oui	non	non	non	non
291	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°260



CAPU0260

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,760 &\rightarrow 3 + 7 + 6 + 0 = 16 & 955 &\rightarrow 9 + 5 + 5 = 19 & 9\,153 &\rightarrow 9 + 1 + 5 + 3 = 18 \\ 5\,516 &\rightarrow 5 + 5 + 1 + 6 = 17 & 291 &\rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $6 + 9 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15 ; \square = 6 : 21$$

2 solutions : 690, 696.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 74 est pair mais $74 = 3 \times 24 + 2$.
« 4 est un diviseur de 85. » **Faux.** $85 = 4 \times 21 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 44 - 14 + 5 = 30 + 5 = 35$

$$B = 6 \times 5 - 2 \times 2 = 30 - 4 = 26$$

$$C = (9 \times 3 - 5) \div 2 = (27 - 5) \div 2 = 22 \div 2 = 11$$

$$D = 5 \times [33 - (4 + 9)] = 5 \times [33 - 13] = 5 \times 20 = 100$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times 8 - (6 + 4) = 2 \times 8 - 10 = 16 - 10 = 6$$

$$(5 + 5 \times 8) \times 2 = (5 + 40) \times 2 = 45 \times 2 = 90$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 31 + 7,8 + 69 = 31 + 69 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 21 \times 101 = 21 \times (100 + 1) = 21 \times 100 + 21 \times 1 = 2\,100 + 21 = 2\,121$$

$$G = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $9 \times 9 = 9^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } (3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2 \text{ » Faux. } (3 + 2)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13.$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$20 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 20 < 25 = 5^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 86 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 86 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°260



CAPU0260

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 2 = 5 \times 25 - 2 = 125 - 2 = 123$

$$B = (5 \times 5)^2 - 2 = 25^2 - 2 = 625 - 2 = 623$$

$$C = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$D = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 2 : a^3 + 3 = 2^3 + 3 = 8 + 3 = 11$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^3 + 3 = 10^3 + 3 = 1\,000 + 3 = 1\,003$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 400 : $20 \times 20 = 400$, c'est-à-dire $20^2 = 400$.

a) **Le côté mesure 20 m.**

$$4 \times 20 = 80$$

b) **Le périmètre est de 80 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 110 et 154. » → encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 121, 144.

« Mon chiffre des unités est 4. » → reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).