



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°261



CAPU0261

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 7 et le produit de 3 par 2.
- **B** est le produit de la différence entre 7 et 3 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 8 + 3 \times 3 \quad D = 2 \times 5^2 \quad E = (1 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

117 divisé par 6 2 329 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 520 par 14 ? Justifier.

$$(a) 520 = 14 \times 38 - 12 \quad (b) 520 = 14 \times 36 + 16 \quad (c) 520 = 14 \times 37 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 116 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 789					
9 300					
717					
145					
9 332					

2. Dans le nombre $58\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 7 est un diviseur de 151.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°261



CAPU0261

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 76 - 2 \times 4 \quad B = 9 \times 2 - 3 \times 5$$

$$C = (12 + 6) \times 6 - 10 \quad D = [8 + 2 \times (11 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 7 - 7 - 5 = 40 \quad 6 \times 8 \times 8 - 7 = 48$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 21 \times 101 \quad F = 4 \times 96 \times 25 \quad G = 36 \times 68 - 36 \times 58$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 4 \times 3^2 = 12^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 27 ; 64 ; 15 ; 36 ; 34

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 8 \quad B = (5 \times 2)^2 - 8$$

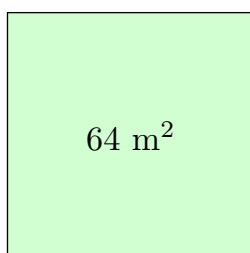
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 7a$ pour $a = 4$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 64 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 26 et 74.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°261



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 7 - 3 \times 2 = 7 - 6 = 1$

$$B = (7 - 3) \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8 + 3 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du produit de 3 par 3.

$D = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$E = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 19 = 114 \leq 117 < 120 = 6 \times 20$: le quotient est 19, le reste $117 - 114 = 3$.

$$117 = 6 \times 19 + 3, \text{ avec } 3 < 6.$$

$15 \times 155 = 2\,325 \leq 2\,329 < 2\,340 = 15 \times 156$: le quotient est 155, le reste $2\,329 - 2\,325 = 4$.

$$2\,329 = 15 \times 155 + 4, \text{ avec } 4 < 15.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $520 = 14 \times 38 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $520 = 14 \times 36 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $520 = 14 \times 37 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 37, reste 2.

Comme $2 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 520 par 37 : quotient 14, reste 2.

3. $116 = 15 \times 7 + 11$

En 7 soirs, elle lit 105 pages ; il lui en reste encore 11.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 11 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 789	non	oui	non	oui	non
9 300	oui	oui	oui	non	oui
717	non	oui	non	non	non
145	non	non	oui	non	non
9 332	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°261



CAPU0261

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,789 &\rightarrow 3 + 7 + 8 + 9 = 27 & 9\,300 &\rightarrow 9 + 3 + 0 + 0 = 12 & 717 &\rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 \\ 145 &\rightarrow 1 + 4 + 5 = 10 & 9\,332 &\rightarrow 9 + 3 + 3 + 2 = 17 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $5 + 8 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 585.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 7 est un diviseur de 151. » **Faux.** $151 = 7 \times 21 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 76 - 2 \times 4 = 76 - 8 = 68$

$$B = 9 \times 2 - 3 \times 5 = 18 - 15 = 3$$

$$C = (12 + 6) \times 6 - 10 = 18 \times 6 - 10 = 108 - 10 = 98$$

$$D = [8 + 2 \times (11 - 3)] \div 2 = [8 + 2 \times 8] \div 2 = [8 + 16] \div 2 = 24 \div 2 = 12$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times 7 - (7 - 5) = 6 \times 7 - 2 = 42 - 2 = 40$$

$$6 \times 8 \times (8 - 7) = 6 \times 8 \times 1 = 48 \times 1 = 48$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 21 \times 101 = 21 \times (100 + 1) = 21 \times 100 + 21 \times 1 = 2\,100 + 21 = 2\,121$$

$$F = 4 \times 96 \times 25 = 4 \times 25 \times 96 = 100 \times 96 = 9\,600$$

$$G = 36 \times 68 - 36 \times 58 = 36 \times (68 - 58) = 36 \times 10 = 360$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 = 3^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $4 \times 3^2 = 12^2$ » **Faux.** $4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 3.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$15 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2) \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$34 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 34 < 36 = 6^2) \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°261



CAPU0261

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 5 \times 2^2 - 8 = 5 \times 4 - 8 = 20 - 8 = 12$$

$$B = (5 \times 2)^2 - 8 = 10^2 - 8 = 100 - 8 = 92$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 4 : a^2 + 7a = 4^2 + 7 \times 4 = 16 + 7 \times 4 = 16 + 28 = 44$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^2 + 7a = 10^2 + 7 \times 10 = 100 + 7 \times 10 = 100 + 70 = 170$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 64 : $8 \times 8 = 64$, c'est-à-dire $8^2 = 64$.

a) **Le côté mesure 8 m.**

$$4 \times 8 = 32$$

b) **Le périmètre est de 32 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 26 et 74. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).