



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°262



CAPU0262

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 53 - 6 \times 7 \quad D = 2 \times 7^2 \quad E = (1 + 23) \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

398 divisé par 9 2 109 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 317 par 12 ? Justifier.

$$(a) 317 = 12 \times 25 + 17 \quad (b) 317 = 12 \times 26 + 5 \quad (c) 317 = 12 \times 27 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 115 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 262					
3 610					
357					
4 887					
455					

2. Dans le nombre $2\square6$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 189 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°262



CAPU0262

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 9 + 7 \times 7 \quad B = 16 \div 8 \times 2$$

$$C = (10 + 7) \times 5 - 4 \quad D = 4,7 + 4 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 6 - 5 - 6 = 0 \quad 4 \times 2 + 6 + 5 = 37$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 \times 82 - 45 \times 72 \quad F = 2 \times 43 \times 50 \quad G = 12 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(5 + 4)^2 = 5^2 + 4^2 \quad 1^3 = 1 \quad 4 \times 4^2 = 16^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 64 ; 16 ; 25 ; 104 ; 74

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 6 \quad B = (4 \times 2)^2 - 6$$

$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 1$ et $B = (2a)^2 - 1$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 68 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 4 et 73.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°262



CAPU0262

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 53 - 6 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 53 et le produit de 6 par 7.

$D = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$E = (1 + 23) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 1 et 23 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 44 = 396 \leq 398 < 405 = 9 \times 45$: le quotient est 44, le reste $398 - 396 = 2$.

$398 = 9 \times 44 + 2$, avec $2 < 9$.

$23 \times 91 = 2\,093 \leq 2\,109 < 2\,116 = 23 \times 92$: le quotient est 91, le reste $2\,109 - 2\,093 = 16$.

$2\,109 = 23 \times 91 + 16$, avec $16 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $317 = 12 \times 25 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $317 = 12 \times 26 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $317 = 12 \times 27 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 26, reste 5.

Comme $5 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 317 par 26 : quotient 12, reste 5.

3. $115 = 12 \times 9 + 7$, avec $7 < 12$

a) Elle remplit 9 boîtes pleines.

b) Il reste 7 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 262	oui	non	non	non	non
3 610	oui	non	oui	non	oui
357	non	oui	non	non	non
4 887	non	oui	non	oui	non
455	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°262



CAPU0262

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 4\,262 &\rightarrow 4 + 2 + 6 + 2 = 14 & 3\,610 &\rightarrow 3 + 6 + 1 + 0 = 10 & 357 &\rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 \\ 4\,887 &\rightarrow 4 + 8 + 8 + 7 = 27 & 455 &\rightarrow 4 + 5 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 6 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

Une seule solution : 216.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 75 est divisible par 3 ($75 = 3 \times 25$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 189 est un multiple de 7. » **Vrai.** $189 = 7 \times 27$: le reste de la division de 189 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 9 + 7 \times 7 = 9 + 49 = 58$

$$B = 16 \div 8 \times 2 = 2 \times 2 = 4$$

$$C = (10 + 7) \times 5 - 4 = 17 \times 5 - 4 = 85 - 4 = 81$$

$$D = 4,7 + 4 \times 2,5 = 4,7 + 10 = 14,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (6 - 5) - 6 = 6 \times 1 - 6 = 6 - 6 = 0$$

$$4 \times (2 + 6) + 5 = 4 \times 8 + 5 = 32 + 5 = 37$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 \times 82 - 45 \times 72 = 45 \times (82 - 72) = 45 \times 10 = 450$$

$$F = 2 \times 43 \times 50 = 2 \times 50 \times 43 = 100 \times 43 = 4\,300$$

$$G = 12 \times 11 = 12 \times (10 + 1) = 12 \times 10 + 12 \times 1 = 120 + 12 = 132$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $4 \times 4 = 4^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $(5 + 4)^2 = 5^2 + 4^2$ » **Faux.** $(5 + 4)^2 = 9^2 = 81$, alors que $5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 4 \times 4^2 = 16^2 \text{ » Faux. } 4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64, \text{ alors que } 16^2 = 256. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 74 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2)$$

$$104 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°262



CAPU0262

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 6 = 4 \times 4 - 6 = 16 - 6 = 10$

$$B = (4 \times 2)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$$

$$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$$

$$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 1 = 2 \times 4^2 - 1 = 2 \times 16 - 1 = 32 - 1 = 31$$

$$B = (2a)^2 - 1 = (2 \times 4)^2 - 1 = 8^2 - 1 = 64 - 1 = 63$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 68 :

$$8^2 = 64 \leq 68 \text{ et } 9^2 = 81 > 68.$$

a) Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.

$$68 - 64 = 4$$

b) Il lui restera 4 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 4 et 73. » $\rightarrow$ encore 68 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16, 25, 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 16, 36, 64.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).