



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°263



CAPU0263

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 31 et le produit de 6 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 31 et 6 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 9^2 \quad D = 11 + 12 \div 4 \quad E = 3 \times 6^2 - 20$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$323 \text{ divisé par } 9 \quad 887 \text{ divisé par } 23$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 165 par 7 ? Justifier.

$$(a) 165 = 7 \times 23 + 4 \quad (b) 165 = 7 \times 24 - 3 \quad (c) 165 = 7 \times 22 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 54 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417					
245					
5 200					
3 332					
9 729					

2. Dans le nombre $22\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 46.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°263



CAPU0263

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 + 3 \times 6 \quad B = 20 + 18 \div 6 \times 2$$

$$C = 78 - 5 \times (13 - 4) \quad D = [6 + 3 \times (11 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 6 - 4 - 2 = 6 \quad 5 \times 5 \times 3 + 4 = 95$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 75 + 7,8 + 25 \quad F = 46 \times 9 \quad G = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 4 + 4 + 4 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 25 ; 16 ; 47 ; 105 ; 107

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 2 \quad B = (3 \times 6)^2 - 2$$

$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 6$ et $B = (2a)^2 - 6$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 68 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 97 et 146.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°263



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 31 - 6 \times 4 = 31 - 24 = 7$

$$B = (31 - 6) \times 4 = 25 \times 4 = 100$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$$D = 11 + 12 \div 4 \text{ est une } \textbf{somme} : \text{c'est la somme de 11 et du quotient de 12 par 4.}$$

$$E = 3 \times 6^2 - 20 \text{ est une } \textbf{différence} : \text{c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 6 et 20.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 35 = 315 \leq 323 < 324 = 9 \times 36$: le quotient est 35, le reste $323 - 315 = 8$.

$$\mathbf{323 = 9 \times 35 + 8}, \text{ avec } 8 < 9.$$

$$23 \times 38 = 874 \leq 887 < 897 = 23 \times 39 : \text{le quotient est 38, le reste } 887 - 874 = 13.$$

$$\mathbf{887 = 23 \times 38 + 13}, \text{ avec } 13 < 23.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $165 = 7 \times 23 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $165 = 7 \times 24 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $165 = 7 \times 22 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 23, reste 4.

Comme $4 < 23$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 165 par 23 : quotient 7, reste 4.

3. $54 = 16 \times 3 + 6$

3 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 6 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 6 = 10$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417	non	oui	non	non	non
245	non	non	oui	non	non
5 200	oui	non	oui	non	oui
3 332	oui	non	non	non	non
9 729	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$417 \rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 \quad 245 \rightarrow 2 + 4 + 5 = 11 \quad 5\,200 \rightarrow 5 + 2 + 0 + 0 = 7$$

$$3\,332 \rightarrow 3 + 3 + 3 + 2 = 11 \quad 9\,729 \rightarrow 9 + 7 + 2 + 9 = 27$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 2 + \square = 4 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 6 ; \square = 8 : 12$$

2 solutions : 222, 228.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 33 est divisible par 3 ($33 = 3 \times 11$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 46. » **Faux.** $46 = 4 \times 11 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 3 \times 6 = 24 + 18 = 42$

$$B = 20 + 18 \div 6 \times 2 = 20 + 3 \times 2 = 20 + 6 = 26$$

$$C = 78 - 5 \times (13 - 4) = 78 - 5 \times 9 = 78 - 45 = 33$$

$$D = [6 + 3 \times (11 - 1)] \div 2 = [6 + 3 \times 10] \div 2 = [6 + 30] \div 2 = 36 \div 2 = 18$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 + 6 - (4 - 2) = 2 + 6 - 2 = 8 - 2 = 6$$

$$5 \times (5 \times 3 + 4) = 5 \times (15 + 4) = 5 \times 19 = 95$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 75 + 7,8 + 25 = 75 + 25 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 46 \times 9 = 46 \times (10 - 1) = 46 \times 10 - 46 \times 1 = 460 - 46 = 414$$

$$G = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 = 4,5 \times (0,8 + 0,2) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°263



CAPU0263

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $4 \times 4 = 4^2$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $4^3 = 64$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $4^3 = 12$ » **Faux**. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** $25 = 5^2$: **carré**

47 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2$) 105 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 105 < 121 = 11^2$)

107 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 107 < 121 = 11^2$) $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 2 = 3 \times 36 - 2 = 108 - 2 = 106$

$B = (3 \times 6)^2 - 2 = 18^2 - 2 = 324 - 2 = 322$

$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 2a^2 - 6 = 2 \times 4^2 - 6 = 2 \times 16 - 6 = 32 - 6 = 26$

$B = (2a)^2 - 6 = (2 \times 4)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit $2a$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 68 :

$8^2 = 64 \leq 68$ et $9^2 = 81 > 68$.

a) Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.

$68 - 64 = 4$

b) Il lui restera 4 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 97 et 146. » $\rightarrow$ encore 48 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).