



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°264



CAPU0264

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 20 et 16 par 4.
- **B** est la somme de 20 et du quotient de 16 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 3^2 \quad D = 25 - 5 \times 2 \quad E = (3 + 2)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

169 divisé par 5 1 121 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 430 par 14 ? Justifier.

$$(a) 430 = 14 \times 31 - 4 \quad (b) 430 = 14 \times 30 + 10 \quad (c) 430 = 14 \times 29 + 24$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 136 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 136 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 951					
471					
9 120					
5 956					
125					

2. Dans le nombre $95\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 174.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°264



CAPU0264

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 9 + 7 \times 2 \quad B = 2 \times 8 - 3 \times 4$$

$$C = 99 - 5 \times (11 - 7) \quad D = 6,7 + 3 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 4 \times 7 + 2 = 93 \quad 5 \times 6 \times 5 + 7 = 185$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 14 \times 59 + 14 \times 41 \quad F = 30 + 0,75 + 70 \quad G = 16 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$11 \times 11 \quad 2 + 2 + 2 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 3 \times 4^2 = 12^2 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

42 ; 27 ; 25 ; 150 ; 81 ; 90

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 6 \quad B = (3 \times 5)^2 - 6$$

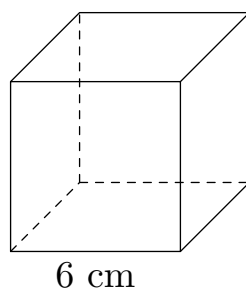
$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $x^2 + 4x$ pour $x = 6$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 166 et 218.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°264



CAPU0264

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (20 + 16) \div 4 = 36 \div 4 = 9$

$B = 20 + 16 \div 4 = 20 + 4 = 24$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 3^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 3.

$D = 25 - 5 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 25 et le produit de 5 par 2.

$E = (3 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 33 = 165 \leq 169 < 170 = 5 \times 34$: le quotient est 33, le reste $169 - 165 = 4$.

$169 = 5 \times 33 + 4$, avec $4 < 5$.

$14 \times 80 = 1\,120 \leq 1\,121 < 1\,134 = 14 \times 81$: le quotient est 80, le reste $1\,121 - 1\,120 = 1$.

$1\,121 = 14 \times 80 + 1$, avec $1 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $430 = 14 \times 31 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $430 = 14 \times 30 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 14. ✓

(c) $430 = 14 \times 29 + 24$: le « reste » 24 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 30, reste 10.

Comme $10 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 430 par 30 : quotient 14, reste 10.

3. $136 = 7 \times 19 + 3$

a) 136 jours font 19 semaines complètes et 3 jours.

Après 19 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 3 jours : dimanche → lundi → mardi → mercredi.

b) Dans 136 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 951	non	oui	non	oui	non
471	non	oui	non	non	non
9 120	oui	oui	oui	non	oui
5 956	oui	non	non	non	non
125	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°264



CAPU0264

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,951 &\rightarrow 3 + 9 + 5 + 1 = 18 & 471 &\rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 & 9\,120 &\rightarrow 9 + 1 + 2 + 0 = 12 \\ 5\,956 &\rightarrow 5 + 9 + 5 + 6 = 25 & 125 &\rightarrow 1 + 2 + 5 = 8 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 5 + \square = 14 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 954.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 9 est un diviseur de 174. » **Faux.** $174 = 9 \times 19 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 9 + 7 \times 2 = 9 + 14 = 23$

$$B = 2 \times 8 - 3 \times 4 = 16 - 12 = 4$$

$$C = 99 - 5 \times (11 - 7) = 99 - 5 \times 4 = 99 - 20 = 79$$

$$D = 6,7 + 3 \times 2,5 = 6,7 + 7,5 = 14,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 4) \times 7 + 2 = 13 \times 7 + 2 = 91 + 2 = 93$$

$$5 \times (6 \times 5 + 7) = 5 \times (30 + 7) = 5 \times 37 = 185$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 14 \times 59 + 14 \times 41 = 14 \times (59 + 41) = 14 \times 100 = 1\,400$$

$$F = 30 + 0,75 + 70 = 30 + 70 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 16 \times 9 = 16 \times (10 - 1) = 16 \times 10 - 16 \times 1 = 160 - 16 = 144$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $11 \times 11 = 11^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 3 \times 4^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$42 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 42 < 49 = 7^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°264



90 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2$) 150 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 6 = 3 \times 25 - 6 = 75 - 6 = 69$

$B = (3 \times 5)^2 - 6 = 15^2 - 6 = 225 - 6 = 219$

$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 6$: $x^2 + 4x = 6^2 + 4 \times 6 = 36 + 4 \times 6 = 36 + 24 = 60$

Pour $x = 10$: $x^2 + 4x = 10^2 + 4 \times 10 = 100 + 4 \times 10 = 100 + 40 = 140$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 166 et 218. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).