



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°265



CAPU0265

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 28 et le produit de 4 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 28 et 4 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 8^2 + 4^2 \quad D = (5 + 9) \times 6 \quad E = 32 - 3 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

118 divisé par 7 604 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 114 par 11 ? Justifier.

$$(a) 114 = 11 \times 10 + 4 \quad (b) 114 = 11 \times 9 + 15 \quad (c) 114 = 11 \times 11 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 177 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 107					
3 320					
267					
2 636					
505					

2. Dans le nombre $82\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 102.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 73 - 2 \times 9 \quad B = 8 + 27 \div 3 \times 2$$

$$C = (3 + 10) \times 3 - 19 \quad D = 5 \times [32 - (6 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 5 \times 3 - 7 = 64 \quad 7 - 5 + 5 \times 6 = 42$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 43 \times 99 \quad F = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 \quad G = 4 \times 56 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 7 + 7 + 7 \quad 6 \times 6 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 5^2 = 20^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad (4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

124 ; 8 ; 100 ; 116 ; 88 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 4 \quad B = (4 \times 6)^2 - 4$$

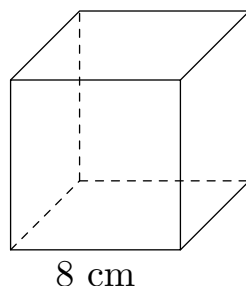
$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $8n^2$ pour $n = 5$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 45 et 98.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°265



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 28 - 4 \times 5 = 28 - 20 = 8$

$B = (28 - 4) \times 5 = 24 \times 5 = 120$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 4.

$D = (5 + 9) \times 6$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 5 et 9 par 6.

$E = 32 - 3 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 32 et le produit de 3 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 16 = 112 \leq 118 < 119 = 7 \times 17$: le quotient est 16, le reste $118 - 112 = 6$.

$118 = 7 \times 16 + 6$, avec $6 < 7$.

$25 \times 24 = 600 \leq 604 < 625 = 25 \times 25$: le quotient est 24, le reste $604 - 600 = 4$.

$604 = 25 \times 24 + 4$, avec $4 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $114 = 11 \times 10 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $114 = 11 \times 9 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $114 = 11 \times 11 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 10, reste 4.

Comme $4 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 114 par 10 : quotient 11, reste 4.

3. $177 = 6 \times 29 + 3$, avec $3 < 6$

a) Elle remplit 29 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 107	non	oui	non	oui	non
3 320	oui	non	oui	non	oui
267	non	oui	non	non	non
2 636	oui	non	non	non	non
505	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°265



CAPU0265

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 1\ 107 &\rightarrow 1 + 1 + 0 + 7 = 9 & 3\ 320 &\rightarrow 3 + 3 + 2 + 0 = 8 & 267 &\rightarrow 2 + 6 + 7 = 15 \\ 2\ 636 &\rightarrow 2 + 6 + 3 + 6 = 17 & 505 &\rightarrow 5 + 0 + 5 = 10 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 2 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 822, 828.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 648, somme des chiffres 18.

« 6 est un diviseur de 102. » **Vrai.** $102 = 6 \times 17$: le reste de la division de 102 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 73 - 2 \times 9 = 73 - 18 = 55$

$$B = 8 + 27 \div 3 \times 2 = 8 + 9 \times 2 = 8 + 18 = 26$$

$$C = (3 + 10) \times 3 - 19 = 13 \times 3 - 19 = 39 - 19 = 20$$

$$D = 5 \times [32 - (6 + 8)] = 5 \times [32 - 14] = 5 \times 18 = 90$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (5 \times 3 - 7) = 8 \times (15 - 7) = 8 \times 8 = 64$$

$$(7 - 5 + 5) \times 6 = (2 + 5) \times 6 = 7 \times 6 = 42$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 43 \times 99 = 43 \times (100 - 1) = 43 \times 100 - 43 \times 1 = 4\ 300 - 43 = 4\ 257$$

$$F = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 = 3,6 \times (0,8 + 0,2) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 4 \times 56 \times 25 = 4 \times 25 \times 56 = 100 \times 56 = 5\ 600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux.** $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $(4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2$ » **Faux.** $(4 + 3)^2 = 7^2 = 49$, alors que $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$88 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (9^2 = 81 < 88 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°265



CAPU0265

116 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 116 < 121 = 11^2$) 124 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 124 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 4 = 4 \times 36 - 4 = 144 - 4 = 140$

$B = (4 \times 6)^2 - 4 = 24^2 - 4 = 576 - 4 = 572$

$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$

$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 5$: $8n^2 = 8 \times 5^2 = 8 \times 25 = 200$

Pour $n = 0,5$: $8n^2 = 8 \times 0,5^2 = 8 \times 0,25 = 2$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 45 et 98. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49, 81.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).