



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°266



CAPU0266

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 10 et 3 par 9.
- **B** est la somme de 10 et du produit de 3 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 5 \times (6 - 4) \quad D = 7 + 12 \div 2 \quad E = 40 - 4 \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$798 \text{ divisé par } 4 \quad 1\,535 \text{ divisé par } 28$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 339 par 10 ? Justifier.

$$(a) 339 = 10 \times 34 - 1 \quad (b) 339 = 10 \times 33 + 9 \quad (c) 339 = 10 \times 32 + 19$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 97 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 332					
1 197					
7 680					
565					
957					

2. Dans le nombre $76\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 43 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°266



CAPU0266

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 44 - 12 + 8 \quad B = 5 \times 6 - 5 \times 6$$

$$C = (3 \times 8 - 1) \div 2 \quad D = 4 \times [25 - (8 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 3 \times 7 - 2 = 135 \quad 3 + 3 \times 4 + 3 = 24$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 14 + 12,6 + 86 \quad F = 41 \times 99 \quad G = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 6 \times 6 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad (4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

14 ; 128 ; 27 ; 87 ; 100 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 2 \quad B = (4 \times 3)^2 - 2$$

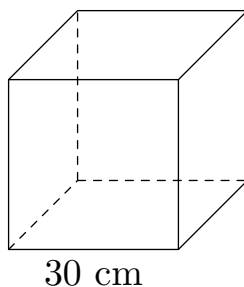
$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 9$ et $B = (4a)^2 - 9$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 131 et 189.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°266



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (10 + 3) \times 9 = 13 \times 9 = 117$

$$B = 10 + 3 \times 9 = 10 + 27 = 37$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times (6 - 4)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 6 et 4.

$$D = 7 + 12 \div 2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 7 et du quotient de 12 par 2.}$$

$$E = 40 - 4 \times 6 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre 40 et le produit de 4 par 6.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 199 = 796 \leq 798 < 800 = 4 \times 200$: le quotient est 199, le reste $798 - 796 = 2$.

$$\mathbf{798 = 4 \times 199 + 2}, \text{ avec } 2 < 4.$$

$$28 \times 54 = 1\,512 \leq 1\,535 < 1\,540 = 28 \times 55 : \text{le quotient est 54, le reste } 1\,535 - 1\,512 = 23.$$

$$\mathbf{1\,535 = 28 \times 54 + 23}, \text{ avec } 23 < 28.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $339 = 10 \times 34 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $339 = 10 \times 33 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $339 = 10 \times 32 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 33, reste 9.

Comme $9 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 339 par 33 : quotient 10, reste 9.

3. $97 = 16 \times 6 + 1$

6 minibus pleins transportent 96 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 1 = 15$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°266



CAPU0266

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 332	oui	non	non	non	non
1 197	non	oui	non	oui	non
7 680	oui	oui	oui	non	oui
565	non	non	oui	non	non
957	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$5\,332 \rightarrow 5 + 3 + 3 + 2 = 13 \quad 1\,197 \rightarrow 1 + 1 + 9 + 7 = 18 \quad 7\,680 \rightarrow 7 + 6 + 8 + 0 = 21$$

$$565 \rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 \quad 957 \rightarrow 9 + 5 + 7 = 21$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 6 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 765.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 43 est un multiple de 3. » **Faux.** $43 = 3 \times 14 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 44 - 12 + 8 = 32 + 8 = 40$

$$B = 5 \times 6 - 5 \times 6 = 30 - 30 = 0$$

$$C = (3 \times 8 - 1) \div 2 = (24 - 1) \div 2 = 23 \div 2 = 11,5$$

$$D = 4 \times [25 - (8 + 8)] = 4 \times [25 - 16] = 4 \times 9 = 36$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times 3 \times (7 - 2) = 9 \times 3 \times 5 = 27 \times 5 = 135$$

$$3 + 3 \times (4 + 3) = 3 + 3 \times 7 = 3 + 21 = 24$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 14 + 12,6 + 86 = 14 + 86 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 41 \times 99 = 41 \times (100 - 1) = 41 \times 100 - 41 \times 1 = 4\,100 - 41 = 4\,059$$

$$G = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 = 2,7 \times (0,25 + 0,75) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°266



CAPU0266

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $(4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2$ » **Faux.** $(4 + 2)^2 = 6^2 = 36$, alors que $4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

14 : ni l'un ni l'autre ($3^2 = 9 < 14 < 16 = 4^2$) $27 = 3^3$: **cube**

87 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2$) $100 = 10^2$: **carré**

128 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 2 = 4 \times 9 - 2 = 36 - 2 = 34$

$B = (4 \times 3)^2 - 2 = 12^2 - 2 = 144 - 2 = 142$

$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$

$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 4a^2 - 9 = 4 \times 2^2 - 9 = 4 \times 4 - 9 = 16 - 9 = 7$

$B = (4a)^2 - 9 = (4 \times 2)^2 - 9 = 8^2 - 9 = 64 - 9 = 55$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit $4a$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\ 000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$27\ 000 \div 1\ 000 = 27$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 131 et 189. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).