



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°267



CAPU0267

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 1 et 4.
- **B** est la somme des carrés de 1 et de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times 8^2 - 1 \quad \mathbf{D} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{E} = 17 + 21 \div 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

722 divisé par 6 2 426 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 428 par 15 ? Justifier.

$$(a) 428 = 15 \times 29 - 7 \quad (b) 428 = 15 \times 28 + 8 \quad (c) 428 = 15 \times 27 + 23$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 85 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
717					
955					
3 242					
7 533					
1 400					

2. Dans le nombre $4\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 105 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°267



CAPU0267

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 26 - 9 + 3 \quad B = 8 \times 8 - 3 \times 5$$

$$C = (6 \times 9 - 8) \div 5 \quad D = 4,7 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 9 - 6 \times 7 = 147 \quad 3 \times 5 - 5 + 6 = 18$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 \times 101 \quad F = 37 \times 73 - 37 \times 63 \quad G = 13 + 5,05 + 87$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 3 + 3 + 3 \quad 10 \times 10$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

10 ; 150 ; 121 ; 1 000 ; 145 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 5 \quad B = (4 \times 4)^2 - 5$$

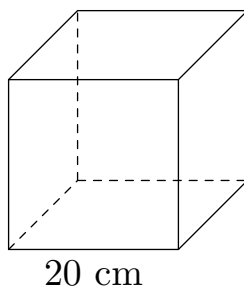
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 6 = 7n$ est-elle vraie pour $n = 8$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 53.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°267



CAPU0267

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$

$B = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 8^2 - 1$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 8 et 1.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = 17 + 21 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 17 et du quotient de 21 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 120 = 720 \leq 722 < 726 = 6 \times 121$: le quotient est 120, le reste $722 - 720 = 2$.

$722 = 6 \times 120 + 2$, avec $2 < 6$.

$18 \times 134 = 2\,412 \leq 2\,426 < 2\,430 = 18 \times 135$: le quotient est 134, le reste $2\,426 - 2\,412 = 14$.

$2\,426 = 18 \times 134 + 14$, avec $14 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $428 = 15 \times 29 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $428 = 15 \times 28 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 15. ✓

(c) $428 = 15 \times 27 + 23$: le « reste » 23 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 28, reste 8.

Comme $8 < 28$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 428 par 28 : quotient 15, reste 8.

3. $85 = 12 \times 7 + 1$

En 7 soirs, elle lit 84 pages ; il lui en reste encore 1.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 1 page.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
717	non	oui	non	non	non
955	non	non	oui	non	non
3 242	oui	non	non	non	non
7 533	non	oui	non	oui	non
1 400	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°267



CAPU0267

Sommes des chiffres :

$$717 \rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 \quad 955 \rightarrow 9 + 5 + 5 = 19 \quad 3\,242 \rightarrow 3 + 2 + 4 + 2 = 11$$

$$7\,533 \rightarrow 7 + 5 + 3 + 3 = 18 \quad 1\,400 \rightarrow 1 + 4 + 0 + 0 = 5$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 3 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9; \square = 5 : 12; \square = 8 : 15$$

3 solutions : 423, 453, 483.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 96 est divisible par 3 ($96 = 3 \times 32$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 105 est un multiple de 8. » **Faux.** $105 = 8 \times 13 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 26 - 9 + 3 = 17 + 3 = 20$

$$B = 8 \times 8 - 3 \times 5 = 64 - 15 = 49$$

$$C = (6 \times 9 - 8) \div 5 = (54 - 8) \div 5 = 46 \div 5 = 9,2$$

$$D = 4,7 + 3 \times 1,2 = 4,7 + 3,6 = 8,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (9 - 6) \times 7 = 7 \times 3 \times 7 = 21 \times 7 = 147$$

$$3 \times (5 - 5 + 6) = 3 \times (0 + 6) = 3 \times 6 = 18$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 \times 101 = 41 \times (100 + 1) = 41 \times 100 + 41 \times 1 = 4\,100 + 41 = 4\,141$$

$$F = 37 \times 73 - 37 \times 63 = 37 \times (73 - 63) = 37 \times 10 = 370$$

$$G = 13 + 5,05 + 87 = 13 + 87 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $10 \times 10 = 10^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (5 + 3)^2 = 8^2 = 64, \text{ alors que } 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$10 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 10 < 16 = 4^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 145 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2)$$

$$150 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 5 = 4 \times 16 - 5 = 64 - 5 = 59$

$$B = (4 \times 4)^2 - 5 = 16^2 - 5 = 256 - 5 = 251$$

$$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 8 : n^2 + 6 = 8^2 + 6 = 64 + 6 = 70 \text{ et } 7n = 7 \times 8 = 56.$$

$70 \neq 56$: l'égalité est fausse pour $n = 8$.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 6 = 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42 \text{ et } 7n = 7 \times 6 = 42.$$

$42 = 42$: l'égalité est vraie pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 6 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de $8\,000 \text{ cm}^3$.

$$\text{Un cube de } 10 \text{ cm d'arête a pour volume } 10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L.}$$

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 53. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).