



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°268



CAPU0268

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 42 et 12 par 6.
- **B** est la somme de 42 et du quotient de 12 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 4^2 \quad D = 7^2 + 9^2 \quad E = (2 + 3)^2$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

661 divisé par 9      1 196 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 189 par 6 ? Justifier.

$$(a) 189 = 6 \times 32 - 3 \quad (b) 189 = 6 \times 31 + 3 \quad (c) 189 = 6 \times 30 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 338 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 338 jours ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 305    |       |       |       |       |        |
| 8 366  |       |       |       |       |        |
| 7 353  |       |       |       |       |        |
| 867    |       |       |       |       |        |
| 2 850  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $3\square3$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 88.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°268



CAPU0268

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 47 - 6 \times 2 \quad B = 15 + 30 \div 5 \times 2$$

$$C = (6 + 5) \times 4 - 17 \quad D = 3 \times [25 - (4 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 7 \times 4 - 8 = 120 \quad 7 \times 5 + 6 - 8 = 21$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 \quad F = 26 \times 101 \quad G = 2 \times 95 \times 50$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 11 \times 11 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 3^2 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

39 ; 79 ; 121 ; 49 ; 27 ; 30

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 1 \quad B = (2 \times 2)^2 - 1$$

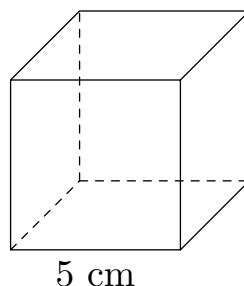
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. On pose  $A = 2x^2 - 1$  et  $B = (2x)^2 - 1$ . Calculer A et B pour  $x = 3$ .

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 83 et 160.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Mon chiffre des unités est 1.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°268



CAPU0268

## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (42 + 12) \div 6 = 54 \div 6 = 9$

$B = 42 + 12 \div 6 = 42 + 2 = 44$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 2 \times 4^2$  est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

$D = 7^2 + 9^2$  est une **somme** : c'est la somme des carrés de 7 et de 9.

$E = (2 + 3)^2$  est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 3.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $9 \times 73 = 657 \leq 661 < 666 = 9 \times 74$  : le quotient est 73, le reste  $661 - 657 = 4$ .

$661 = 9 \times 73 + 4$ , avec  $4 < 9$ .

$15 \times 79 = 1\,185 \leq 1\,196 < 1\,200 = 15 \times 80$  : le quotient est 79, le reste  $1\,196 - 1\,185 = 11$ .

$1\,196 = 15 \times 79 + 11$ , avec  $11 < 15$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 6$  » :

(a)  $189 = 6 \times 32 - 3$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(b)  $189 = 6 \times 31 + 3$  : le reste 3 est bien inférieur à 6. ✓

(c)  $189 = 6 \times 30 + 9$  : le « reste » 9 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

**C'est l'égalité (b) : quotient 31, reste 3.**

Comme  $3 < 31$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 189 par 31 : quotient 6, reste 3.

3.  $338 = 7 \times 48 + 2$

**a) 338 jours font 48 semaines complètes et 2 jours.**

Après 48 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 2 jours : jeudi → vendredi → samedi.

**b) Dans 338 jours, nous serons samedi.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 305    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 8 366  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 7 353  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 867    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 2 850  | <b>oui</b> | <b>oui</b> | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°268



CAPU0268

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 305 &\rightarrow 3 + 0 + 5 = 8 & 8\,366 &\rightarrow 8 + 3 + 6 + 6 = 23 & 7\,353 &\rightarrow 7 + 3 + 5 + 3 = 18 \\ 867 &\rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 & 2\,850 &\rightarrow 2 + 8 + 5 + 0 = 15 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres :  $3 + \square + 3 = 6 + \square$ . Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

**Une seule solution : 333.**

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car  $9 = 3 \times 3$ . Exemple : 738, somme des chiffres 18.

« 8 est un diviseur de 88. » **Vrai.**  $88 = 8 \times 11$  : le reste de la division de 88 par 8 est nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 47 - 6 \times 2 = 47 - 12 = 35$

$$B = 15 + 30 \div 5 \times 2 = 15 + 6 \times 2 = 15 + 12 = 27$$

$$C = (6 + 5) \times 4 - 17 = 11 \times 4 - 17 = 44 - 17 = 27$$

$$D = 3 \times [25 - (4 + 3)] = 3 \times [25 - 7] = 3 \times 18 = 54$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (7 \times 4 - 8) = 6 \times (28 - 8) = 6 \times 20 = 120$$

$$7 \times (5 + 6 - 8) = 7 \times (11 - 8) = 7 \times 3 = 21$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 26 \times 101 = 26 \times (100 + 1) = 26 \times 100 + 26 \times 1 = 2\,600 + 26 = 2\,626$$

$$G = 2 \times 95 \times 50 = 2 \times 50 \times 95 = 100 \times 95 = 9\,500$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $4 \times 4 \times 4 = 4^3$      $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$      $11 \times 11 = 11^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2.  $10^2 = 10 \times 10 = 100$      $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$      $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
     $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. «  $(1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2$  » **Faux.**  $(1 + 4)^2 = 5^2 = 25$ , alors que  $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$ .

«  $10^3 = 1\,000$  » **Vrai.**  $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$  : un 1 suivi de trois zéros.

«  $3^2 = 6$  » **Faux.**  $3^2 = 3 \times 3 = 9$ . L'exposant ne multiplie pas :  $3 \times 2 = 6$ , c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 30 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 30 < 36 = 6^2)$$

$$39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



## Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1.  $A = 2 \times 2^2 - 1 = 2 \times 4 - 1 = 8 - 1 = 7$

$$B = (2 \times 2)^2 - 1 = 4^2 - 1 = 16 - 1 = 15$$

$$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$  : dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $2 \times 2$ . Et  $C \neq D$  : le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes  $\times$ .

$$A = 2x^2 - 1 = 2 \times 3^2 - 1 = 2 \times 9 - 1 = 18 - 1 = 17$$

$$B = (2x)^2 - 1 = (2 \times 3)^2 - 1 = 6^2 - 1 = 36 - 1 = 35$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit  $2x$  tout entier.

## Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 :  $5^2 = 5 \times 5 = 25$ .

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes :  $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ .

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de  $5 - 2 = 3$  petits cubes d'arête.  $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ .

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 83 et 160. »  $\rightarrow$  encore 76 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 100, 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 5. »  $\rightarrow$  reste : 121, 144.

« Mon chiffre des unités est 1. »  $\rightarrow$  reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ( $121 = 11^2$ ).