



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°269



CAPU0269

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 2 et 3 par 6.
- **B** est la somme de 2 et du produit de 3 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times (10 - 2) \quad D = (2 + 3)^3 \quad E = (2 \times 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

362 divisé par 8 1 227 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 314 par 10 ? Justifier.

$$(a) 314 = 10 \times 32 - 6 \quad (b) 314 = 10 \times 31 + 4 \quad (c) 314 = 10 \times 30 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 102 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 102 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 891					
7 408					
807					
745					
2 040					

2. Dans le nombre $3\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 108 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°269



CAPU0269

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 31 - 8 + 4 \quad B = 5 \times 4 - 2 \times 4$$

$$C = (9 \times 7 - 5) \div 2 \quad D = [8 + 3 \times (12 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 8 + 6 - 7 = 35 \quad 8 \times 6 - 6 \times 4 = 0$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 65 + 5,05 + 35 \quad F = 34 \times 99 \quad G = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 12 \times 12$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 4^2 = 16^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad (5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 77 ; 1 000 ; 144 ; 55 ; 37

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 5 \quad B = (4 \times 3)^2 - 5$$

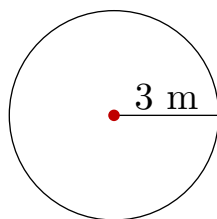
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 4$ et $B = (5a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 251 et 320.
Je suis divisible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°269



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 3) \times 6 = 5 \times 6 = 30$

$B = 2 + 3 \times 6 = 2 + 18 = 20$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times (10 - 2)$ est un **produit** : c'est le produit de 2 par la différence entre 10 et 2.

$D = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$E = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 45 = 360 \leq 362 < 368 = 8 \times 46$: le quotient est 45, le reste $362 - 360 = 2$.

$362 = 8 \times 45 + 2$, avec $2 < 8$.

$12 \times 102 = 1\,224 \leq 1\,227 < 1\,236 = 12 \times 103$: le quotient est 102, le reste $1\,227 - 1\,224 = 3$.

$1\,227 = 12 \times 102 + 3$, avec $3 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $314 = 10 \times 32 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $314 = 10 \times 31 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $314 = 10 \times 30 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 31, reste 4.

Comme $4 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 314 par 31 : quotient 10, reste 4.

3. $102 = 7 \times 14 + 4$

a) 102 jours font 14 semaines complètes et 4 jours.

Après 14 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 4 jours : jeudi → vendredi → samedi → dimanche → lundi.

b) Dans 102 jours, nous serons lundi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 891	non	oui	non	oui	non
7 408	oui	non	non	non	non
807	non	oui	non	non	non
745	non	non	oui	non	non
2 040	oui	oui	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°269



CAPU0269

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,891 &\rightarrow 9 + 8 + 9 + 1 = 27 & 7\,408 &\rightarrow 7 + 4 + 0 + 8 = 19 & 807 &\rightarrow 8 + 0 + 7 = 15 \\ 745 &\rightarrow 7 + 4 + 5 = 16 & 2\,040 &\rightarrow 2 + 0 + 4 + 0 = 6 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 2 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 6 ; \square = 4 : 9 ; \square = 7 : 12$$

3 solutions : 312, 342, 372.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 66 est divisible par 3 ($66 = 3 \times 22$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 108 est un multiple de 7. » **Faux.** $108 = 7 \times 15 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 31 - 8 + 4 = 23 + 4 = 27$

$$B = 5 \times 4 - 2 \times 4 = 20 - 8 = 12$$

$$C = (9 \times 7 - 5) \div 2 = (63 - 5) \div 2 = 58 \div 2 = 29$$

$$D = [8 + 3 \times (12 - 2)] \div 5 = [8 + 3 \times 10] \div 5 = [8 + 30] \div 5 = 38 \div 5 = 7,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (8 + 6 - 7) = 5 \times (14 - 7) = 5 \times 7 = 35$$

$$8 \times (6 - 6) \times 4 = 8 \times 0 \times 4 = 0 \times 4 = 0$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 65 + 5,05 + 35 = 65 + 35 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 34 \times 99 = 34 \times (100 - 1) = 34 \times 100 - 34 \times 1 = 3\,400 - 34 = 3\,366$$

$$G = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $12 \times 12 = 12^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $4 \times 4^2 = 16^2$ » **Faux.** $4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64$, alors que $16^2 = 256$. Le carré ne porte que sur 4.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $(5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2$ » **Faux.** $(5 + 1)^2 = 6^2 = 36$, alors que $5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$37 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 37 < 49 = 7^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$55 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 55 < 64 = 8^2) \quad 77 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 77 < 81 = 9^2)$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°269



CAPU0269

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 5 = 4 \times 9 - 5 = 36 - 5 = 31$

$$B = (4 \times 3)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$$

$$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 4 = 5 \times 5^2 - 4 = 5 \times 25 - 4 = 125 - 4 = 121$$

$$B = (5a)^2 - 4 = (5 \times 5)^2 - 4 = 25^2 - 4 = 625 - 4 = 621$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.

$$9 \times 3,14 = 28,26$$

b) L'aire vaut environ 28 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 251 et 320. » $\rightarrow$ encore 68 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).