



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°27



CAPU0027

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 20 et 4 par 4.
- **B** est la différence entre 20 et le produit de 4 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 33 - 2 \times 7 \quad D = 2^2 + 7^2 \quad E = 4 \times (17 - 11)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$765 \text{ divisé par } 7 \quad 2\,447 \text{ divisé par } 18$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 116 par 8 ? Justifier.

$$(a) 116 = 8 \times 15 - 4 \quad (b) 116 = 8 \times 14 + 4 \quad (c) 116 = 8 \times 13 + 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 890					
321					
2 007					
265					
6 116					

2. Dans le nombre $48\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 8 est un diviseur de 97.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°27



CAPU0027

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 78 - 2 \times 5 \quad B = 7 \times 6 - 2 \times 3$$

$$C = (8 + 3) \times 4 - 8 \quad D = 2 \times [25 - (9 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 7 + 5 + 8 = 92 \quad 3 \times 5 \times 3 + 2 = 51$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 \times 9 \quad F = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 \quad G = 36 + 3,45 + 64$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 12 \times 12 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 85 ; 25 ; 125 ; 52 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 2 \quad B = (2 \times 3)^2 - 2$$

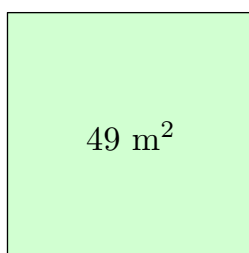
$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 49 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 61 et 120.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (20 - 4) \times 4 = 16 \times 4 = 64$

$B = 20 - 4 \times 4 = 20 - 16 = 4$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 33 - 2 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 33 et le produit de 2 par 7.

$D = 2^2 + 7^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 2 et de 7.

$E = 4 \times (17 - 11)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 17 et 11.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 109 = 763 \leq 765 < 770 = 7 \times 110$: le quotient est 109, le reste $765 - 763 = 2$.

$765 = 7 \times 109 + 2$, avec $2 < 7$.

$18 \times 135 = 2\,430 \leq 2\,447 < 2\,448 = 18 \times 136$: le quotient est 135, le reste $2\,447 - 2\,430 = 17$.

$2\,447 = 18 \times 135 + 17$, avec $17 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $116 = 8 \times 15 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $116 = 8 \times 14 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $116 = 8 \times 13 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 14, reste 4.

Comme $4 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 116 par 14 : quotient 8, reste 4.

3. $52 = 5 \times 10 + 2$, avec $2 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 10 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 890	oui	non	oui	non	oui
321	non	oui	non	non	non
2 007	non	oui	non	oui	non
265	non	non	oui	non	non
6 116	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°27



CAPU0027

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\ 890 &\rightarrow 9 + 8 + 9 + 0 = 26 & 321 &\rightarrow 3 + 2 + 1 = 6 & 2\ 007 &\rightarrow 2 + 0 + 0 + 7 = 9 \\ 265 &\rightarrow 2 + 6 + 5 = 13 & 6\ 116 &\rightarrow 6 + 1 + 1 + 6 = 14 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $4 + 8 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12 ; \square = 6 : 18$$

2 solutions : 480, 486.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 84 est divisible par 3 ($84 = 3 \times 28$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 8 est un diviseur de 97. » **Faux.** $97 = 8 \times 12 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 78 - 2 \times 5 = 78 - 10 = 68$

$$B = 7 \times 6 - 2 \times 3 = 42 - 6 = 36$$

$$C = (8 + 3) \times 4 - 8 = 11 \times 4 - 8 = 44 - 8 = 36$$

$$D = 2 \times [25 - (9 + 2)] = 2 \times [25 - 11] = 2 \times 14 = 28$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (7 + 5) + 8 = 7 \times 12 + 8 = 84 + 8 = 92$$

$$3 \times (5 \times 3 + 2) = 3 \times (15 + 2) = 3 \times 17 = 51$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 \times 9 = 45 \times (10 - 1) = 45 \times 10 - 45 \times 1 = 450 - 45 = 405$$

$$F = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 = 2,7 \times (0,25 + 0,75) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$G = 36 + 3,45 + 64 = 36 + 64 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $12 \times 12 = 12^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $(4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2$ » **Faux.** $(4 + 3)^2 = 7^2 = 49$, alors que $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$52 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (7^2 = 49 < 52 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$85 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 2 = 2 \times 9 - 2 = 18 - 2 = 16$

$$B = (2 \times 3)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

$$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 1 : x^2 + 6 = 1^2 + 6 = 1 + 6 = 7 \text{ et } 7x = 7 \times 1 = 7.$$

7 = 7 : l'égalité est vraie pour $x = 1$.

$$\text{Pour } x = 5 : x^2 + 6 = 5^2 + 6 = 25 + 6 = 31 \text{ et } 7x = 7 \times 5 = 35.$$

31 $\neq$ 35 : l'égalité est fausse pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 6$, et seulement pour 1 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 49 : $7 \times 7 = 49$, c'est-à-dire $7^2 = 49$.

a) Le côté mesure 7 m.

$$4 \times 7 = 28$$

b) Le périmètre est de 28 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 61 et 120. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).