



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°270



CAPU0270

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 3 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 3 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 5^2 \quad D = (5 + 1)^2 \quad E = 14 + 8 \div 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

748 divisé par 5 1 277 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 184 par 11 ? Justifier.

$$(a) 184 = 11 \times 17 - 3 \quad (b) 184 = 11 \times 15 + 19 \quad (c) 184 = 11 \times 16 + 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 66 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 66 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 714					
565					
1 400					
291					
4 491					

2. Dans le nombre $19\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 6 est un diviseur de 174.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°270



CAPU0270

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 81 - 6 \times 6 \quad B = 9 \div 3 \times 2$$

$$C = 99 - 2 \times (12 - 7) \quad D = 4 \times [36 - (6 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 4 \times 9 + 9 = 74 \quad 4 + 5 + 6 \times 2 = 30$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 25 + 7,8 + 75 \quad F = 23 \times 101 \quad G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 8 + 8 + 8 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 10 \times 10$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2 \quad 5^3 = 15 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 49 ; 81 ; 70 ; 98 ; 52

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 8 \quad B = (5 \times 6)^2 - 8$$

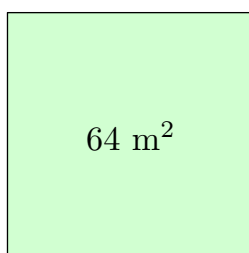
$$C = 1^2 + 2^2 \quad D = (1 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 6n$ pour $n = 2$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 64 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 22 et 73.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Je ne suis pas divisible par 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$

$B = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$D = (5 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 1.

$E = 14 + 8 \div 2$ est une **somme** : c'est la somme de 14 et du quotient de 8 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 149 = 745 \leq 748 < 750 = 5 \times 150$: le quotient est 149, le reste $748 - 745 = 3$.

$748 = 5 \times 149 + 3$, avec $3 < 5$.

$21 \times 60 = 1\,260 \leq 1\,277 < 1\,281 = 21 \times 61$: le quotient est 60, le reste $1\,277 - 1\,260 = 17$.

$1\,277 = 21 \times 60 + 17$, avec $17 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $184 = 11 \times 17 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $184 = 11 \times 15 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $184 = 11 \times 16 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 16, reste 8.

Comme $8 < 16$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 184 par 16 : quotient 11, reste 8.

3. $66 = 7 \times 9 + 3$

a) 66 jours font 9 semaines complètes et 3 jours.

Après 9 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 3 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 66 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 714	oui	non	non	non	non
565	non	non	oui	non	non
1 400	oui	non	oui	non	oui
291	non	oui	non	non	non
4 491	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°270



CAPU0270

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\,714 &\rightarrow 8 + 7 + 1 + 4 = 20 & 565 &\rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 & 1\,400 &\rightarrow 1 + 4 + 0 + 0 = 5 \\ 291 &\rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 & 4\,491 &\rightarrow 4 + 4 + 9 + 1 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 9 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 195.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 39 est divisible par 3 ($39 = 3 \times 13$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 6 est un diviseur de 174. » **Vrai.** $174 = 6 \times 29$: le reste de la division de 174 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 81 - 6 \times 6 = 81 - 36 = 45$

$$B = 9 \div 3 \times 2 = 3 \times 2 = 6$$

$$C = 99 - 2 \times (12 - 7) = 99 - 2 \times 5 = 99 - 10 = 89$$

$$D = 4 \times [36 - (6 + 3)] = 4 \times [36 - 9] = 4 \times 27 = 108$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 + 4 \times (9 + 9) = 2 + 4 \times 18 = 2 + 72 = 74$$

$$(4 + 5 + 6) \times 2 = (9 + 6) \times 2 = 15 \times 2 = 30$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 25 + 7,8 + 75 = 25 + 75 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 23 \times 101 = 23 \times (100 + 1) = 23 \times 100 + 23 \times 1 = 2\,300 + 23 = 2\,323$$

$$G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $10 \times 10 = 10^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $(2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2$ » **Faux.** $(2 + 4)^2 = 6^2 = 36$, alors que $2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$.

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$52 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 52 < 64 = 8^2) \quad 70 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 70 < 81 = 9^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 98 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 98 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°270



CAPU0270

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 8 = 5 \times 36 - 8 = 180 - 8 = 172$

$$B = (5 \times 6)^2 - 8 = 30^2 - 8 = 900 - 8 = 892$$

$$C = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$$

$$D = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 + 6n = 2^2 + 6 \times 2 = 4 + 6 \times 2 = 4 + 12 = 16$$

$$\text{Pour } n = 10 : n^2 + 6n = 10^2 + 6 \times 10 = 100 + 6 \times 10 = 100 + 60 = 160$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 64 : $8 \times 8 = 64$, c'est-à-dire $8^2 = 64$.

a) Le côté mesure 8 m.

$$4 \times 8 = 32$$

b) Le périmètre est de 32 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 22 et 73. » → encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » → reste : 25, 49.

« Je ne suis pas divisible par 5. » → reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).