



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°271



CAPU0271

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 27 et 4 par 4.
- **B** est la différence entre 27 et le produit de 4 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 5)^2 \quad D = (11 + 13) \div 8 \quad E = 32 - 4 \times 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

582 divisé par 8 2 252 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 109 par 10 ? Justifier.

$$(a) 109 = 10 \times 11 - 1 \quad (b) 109 = 10 \times 9 + 19 \quad (c) 109 = 10 \times 10 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 70 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 540					
4 082					
681					
625					
6 867					

2. Dans le nombre $85\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 242 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°271



CAPU0271

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 51 - 5 \times 8 \quad B = 7 \times 4 - 2 \times 3$$

$$C = (4 + 8) \times 4 - 20 \quad D = [2 + 2 \times (7 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 4 + 2 + 3 = 72 \quad 8 - 5 + 5 - 7 = 5$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 38 \times 9 \quad F = 47 + 5,05 + 53 \quad G = 17 \times 69 + 17 \times 31$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 8 + 8 + 8 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$9^2 = 18 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

39 ; 18 ; 121 ; 81 ; 125 ; 148

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 2 \quad B = (4 \times 5)^2 - 2$$

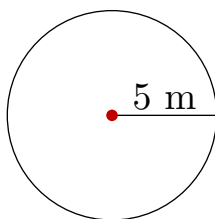
$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 1$ et $B = (4a)^2 - 1$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 5 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 3 et 51.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (27 - 4) \times 4 = 23 \times 4 = 92$

$B = 27 - 4 \times 4 = 27 - 16 = 11$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = (11 + 13) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 11 et 13 par 8.

$E = 32 - 4 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 32 et le produit de 4 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 72 = 576 \leq 582 < 584 = 8 \times 73$: le quotient est 72, le reste $582 - 576 = 6$.

$582 = 8 \times 72 + 6$, avec $6 < 8$.

$12 \times 187 = 2\,244 \leq 2\,252 < 2\,256 = 12 \times 188$: le quotient est 187, le reste $2\,252 - 2\,244 = 8$.

$2\,252 = 12 \times 187 + 8$, avec $8 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $109 = 10 \times 11 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $109 = 10 \times 9 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $109 = 10 \times 10 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 10, reste 9.

Comme $9 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 109 par 10 : quotient 10, reste 9.

3. $70 = 8 \times 8 + 6$

8 minibus pleins transportent 64 élèves ; il en reste 6 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $8 + 1 = 9$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 6 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 540	oui	non	oui	non	oui
4 082	oui	non	non	non	non
681	non	oui	non	non	non
625	non	non	oui	non	non
6 867	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$1\ 540 \rightarrow 1 + 5 + 4 + 0 = 10 \quad 4\ 082 \rightarrow 4 + 0 + 8 + 2 = 14 \quad 681 \rightarrow 6 + 8 + 1 = 15$$

$$625 \rightarrow 6 + 2 + 5 = 13 \quad 6\ 867 \rightarrow 6 + 8 + 6 + 7 = 27$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 5 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 855.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 30 est divisible par 3 ($30 = 3 \times 10$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 242 est un multiple de 8. » **Faux.** $242 = 8 \times 30 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 51 - 5 \times 8 = 51 - 40 = 11$

$$B = 7 \times 4 - 2 \times 3 = 28 - 6 = 22$$

$$C = (4 + 8) \times 4 - 20 = 12 \times 4 - 20 = 48 - 20 = 28$$

$$D = [2 + 2 \times (7 - 1)] \div 5 = [2 + 2 \times 6] \div 5 = [2 + 12] \div 5 = 14 \div 5 = 2,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (4 + 2 + 3) = 8 \times (6 + 3) = 8 \times 9 = 72$$

$$8 - (5 + 5 - 7) = 8 - (10 - 7) = 8 - 3 = 5$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 38 \times 9 = 38 \times (10 - 1) = 38 \times 10 - 38 \times 1 = 380 - 38 = 342$$

$$F = 47 + 5,05 + 53 = 47 + 53 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 17 \times 69 + 17 \times 31 = 17 \times (69 + 31) = 17 \times 100 = 1\ 700$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°271



CAPU0271

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $9 \times 9 = 9^2$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $9^2 = 18$ » **Faux**. $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

18 : ni l'un ni l'autre ($4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2$) 39 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2$)

81 = 9^2 : **carré** 121 = 11^2 : **carré**

125 = 5^3 : **cube** 148 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 148 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 2 = 4 \times 25 - 2 = 100 - 2 = 98$

$B = (4 \times 5)^2 - 2 = 20^2 - 2 = 400 - 2 = 398$

$C = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

$D = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 4a^2 - 1 = 4 \times 4^2 - 1 = 4 \times 16 - 1 = 64 - 1 = 63$

$B = (4a)^2 - 1 = (4 \times 4)^2 - 1 = 16^2 - 1 = 256 - 1 = 255$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 5^2 = \pi \times 25 = 25\pi$

a) **L'aire exacte est $25\pi \text{ m}^2$.**

$25 \times 3,14 = 78,5$

b) **L'aire vaut environ 79 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 5^2$, et non $(\pi \times 5)^2$. On élève 5 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 3 et 51. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).