



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°272



CAPU0272

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 19 et le produit de 2 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 19 et 2 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 3)^2 \quad D = (1 + 3)^3 \quad E = 10 + 5 \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

165 divisé par 6 2 135 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 250 par 12 ? Justifier.

$$(a) 250 = 12 \times 19 + 22 \quad (b) 250 = 12 \times 21 - 2 \quad (c) 250 = 12 \times 20 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 160 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 770					
3 447					
1 966					
755					
231					

2. Dans le nombre $58\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 184 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°272



CAPU0272

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 57 - 5 \times 4 \quad B = 9 \times 8 - 4 \times 3$$

$$C = (4 + 2) \times 2 - 12 \quad D = [9 + 2 \times (8 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 2 \times 7 \times 9 = 198 \quad 3 \times 9 \times 5 + 8 = 159$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 48 \times 45 + 48 \times 55 \quad F = 5 \times 51 \times 20 \quad G = 38 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 7 \times 7 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 3 \times 6^2 = 18^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

31 ; 16 ; 122 ; 64 ; 121 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 4 \quad B = (4 \times 2)^2 - 4$$

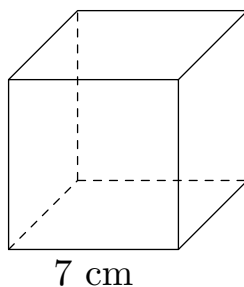
$$C = 5^2 + 7^2 \quad D = (5 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $(x + 6)^2$ pour $x = 3$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 7 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 203 et 260.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°272



CAPU0272

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 19 - 2 \times 4 = 19 - 8 = 11$

$B = (19 - 2) \times 4 = 17 \times 4 = 68$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 3.

$D = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

$E = 10 + 5 \times 4$ est une **somme** : c'est la somme de 10 et du produit de 5 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 27 = 162 \leq 165 < 168 = 6 \times 28$: le quotient est 27, le reste $165 - 162 = 3$.

$165 = 6 \times 27 + 3$, avec $3 < 6$.

$25 \times 85 = 2\,125 \leq 2\,135 < 2\,150 = 25 \times 86$: le quotient est 85, le reste $2\,135 - 2\,125 = 10$.

$2\,135 = 25 \times 85 + 10$, avec $10 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $250 = 12 \times 19 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $250 = 12 \times 21 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $250 = 12 \times 20 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 20, reste 10.

Comme $10 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 250 par 20 : quotient 12, reste 10.

3. $160 = 15 \times 10 + 10$

En 10 soirs, elle lit 150 pages ; il lui en reste encore 10.

a) **Il lui faut $10 + 1 = 11$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 10 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 770	oui	oui	oui	non	oui
3 447	non	oui	non	oui	non
1 966	oui	non	non	non	non
755	non	non	oui	non	non
231	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°272



CAPU0272

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,770 &\rightarrow 7 + 7 + 7 + 0 = 21 & 3\,447 &\rightarrow 3 + 4 + 4 + 7 = 18 & 1\,966 &\rightarrow 1 + 9 + 6 + 6 = 22 \\ 755 &\rightarrow 7 + 5 + 5 = 17 & 231 &\rightarrow 2 + 3 + 1 = 6 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $5 + 8 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15 ; \square = 8 : 21$$

2 solutions : 582, 588.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 184 est un multiple de 6. » **Faux.** $184 = 6 \times 30 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 57 - 5 \times 4 = 57 - 20 = 37$

$$B = 9 \times 8 - 4 \times 3 = 72 - 12 = 60$$

$$C = (4 + 2) \times 2 - 12 = 6 \times 2 - 12 = 12 - 12 = 0$$

$$D = [9 + 2 \times (8 - 2)] \div 2 = [9 + 2 \times 6] \div 2 = [9 + 12] \div 2 = 21 \div 2 = 10,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 2 \times 7) \times 9 = (8 + 14) \times 9 = 22 \times 9 = 198$$

$$3 \times (9 \times 5 + 8) = 3 \times (45 + 8) = 3 \times 53 = 159$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 48 \times 45 + 48 \times 55 = 48 \times (45 + 55) = 48 \times 100 = 4\,800$$

$$F = 5 \times 51 \times 20 = 5 \times 20 \times 51 = 100 \times 51 = 5\,100$$

$$G = 38 \times 99 = 38 \times (100 - 1) = 38 \times 100 - 38 \times 1 = 3\,800 - 38 = 3\,762$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $7 \times 7 = 7^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $3 \times 6^2 = 18^2$ » **Faux.** $3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108$, alors que $18^2 = 324$. Le carré ne porte que sur 6.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$31 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 31 < 36 = 6^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°272



CAPU0272

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 122 : \text{ni l'un ni l'autre} (11^2 = 121 < 122 < 144 = 12^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 4 = 4 \times 4 - 4 = 16 - 4 = 12$

$$B = (4 \times 2)^2 - 4 = 8^2 - 4 = 64 - 4 = 60$$

$$C = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$$

$$D = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 3 : (x + 6)^2 = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

$$\text{Pour } x = 0,5 : (x + 6)^2 = (0,5 + 6)^2 = 6,5^2 = 42,25$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 7 petits cubes sur 7 : $7^2 = 7 \times 7 = 49$.

a) On voit 49 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 7 couches de 49 petits cubes : $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$.

b) Il a utilisé 343 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $7 - 2 = 5$ petits cubes d'arête. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

c) 125 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 203 et 260. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 225, 256.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).