



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°273



CAPU0273

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 6 et de 7.
- **B** est le carré de la somme de 6 et 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9 \times (19 - 12) \quad \mathbf{D} = 15 + 24 \div 6 \quad \mathbf{E} = (5 + 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

640 divisé par 7 1 489 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 195 par 11 ? Justifier.

$$(a) 195 = 11 \times 17 + 8 \quad (b) 195 = 11 \times 16 + 19 \quad (c) 195 = 11 \times 18 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 55 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
425					
501					
1 004					
2 169					
6 630					

2. Dans le nombre $55\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 34.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°273



CAPU0273

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 83 - 2 \times 5 \quad B = 3 \times 8 - 4 \times 6$$

$$C = 74 - 4 \times (17 - 2) \quad D = [2 + 2 \times (10 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 6 \times 6 - 6 = 8 \quad 4 \times 4 \times 4 - 8 = 32$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 24 + 5,05 + 76 \quad F = 37 \times 59 - 37 \times 49 \quad G = 12 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 8 \times 8 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4 \times 5^2 = 20^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

44 ; 125 ; 16 ; 81 ; 127 ; 111

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 2 \quad B = (2 \times 2)^2 - 2$$

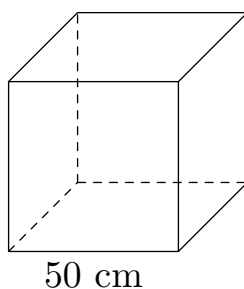
$$C = 3^2 + 5^2 \quad D = (3 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $(x + 2)^2$ pour $x = 3$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 125 et 181.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$

$$B = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 \times (19 - 12)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 19 et 12.

$$D = 15 + 24 \div 6$$
 est une **somme** : c'est la somme de 15 et du quotient de 24 par 6.

$$E = (5 + 6)^2$$
 est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 91 = 637 \leq 640 < 644 = 7 \times 92$: le quotient est 91, le reste $640 - 637 = 3$.

$$640 = 7 \times 91 + 3, \text{ avec } 3 < 7.$$

$$27 \times 55 = 1\,485 \leq 1\,489 < 1\,512 = 27 \times 56$$
 : le quotient est 55, le reste $1\,489 - 1\,485 = 4$.

$$1\,489 = 27 \times 55 + 4, \text{ avec } 4 < 27.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $195 = 11 \times 17 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $195 = 11 \times 16 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $195 = 11 \times 18 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 17, reste 8.

Comme $8 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 195 par 17 : quotient 11, reste 8.

3. $55 = 12 \times 4 + 7$

4 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 7 = 5$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°273



CAPU0273

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
425	non	non	oui	non	non
501	non	oui	non	non	non
1 004	oui	non	non	non	non
2 169	non	oui	non	oui	non
6 630	oui	oui	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$425 \rightarrow 4 + 2 + 5 = 11 \quad 501 \rightarrow 5 + 0 + 1 = 6 \quad 1\,004 \rightarrow 1 + 0 + 0 + 4 = 5$$

$$2\,169 \rightarrow 2 + 1 + 6 + 9 = 18 \quad 6\,630 \rightarrow 6 + 6 + 3 + 0 = 15$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $5 + 5 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 555.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 108, somme des chiffres 9.

« 3 est un diviseur de 34. » **Faux**. $34 = 3 \times 11 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 83 - 2 \times 5 = 83 - 10 = 73$

$$B = 3 \times 8 - 4 \times 6 = 24 - 24 = 0$$

$$C = 74 - 4 \times (17 - 2) = 74 - 4 \times 15 = 74 - 60 = 14$$

$$D = [2 + 2 \times (10 - 1)] \div 2 = [2 + 2 \times 9] \div 2 = [2 + 18] \div 2 = 20 \div 2 = 10$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + 6 \times (6 - 6) = 8 + 6 \times 0 = 8 + 0 = 8$$

$$4 \times (4 \times 4 - 8) = 4 \times (16 - 8) = 4 \times 8 = 32$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 24 + 5,05 + 76 = 24 + 76 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 37 \times 59 - 37 \times 49 = 37 \times (59 - 49) = 37 \times 10 = 370$$

$$G = 12 \times 101 = 12 \times (100 + 1) = 12 \times 100 + 12 \times 1 = 1\,200 + 12 = 1\,212$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°273



CAPU0273

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $8 \times 8 = 8^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux**. $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** 44 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 44 < 49 = 7^2$)

$81 = 9^2$: **carré** 111 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2$)

$125 = 5^3$: **cube** 127 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 127 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 2 = 2 \times 4 - 2 = 8 - 2 = 6$

$B = (2 \times 2)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$

$C = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

$D = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 3$: $(x + 2)^2 = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

Pour $x = 0,5$: $(x + 2)^2 = (0,5 + 2)^2 = 2,5^2 = 6,25$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\ 000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$125\ 000 \div 1\ 000 = 125$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 125 et 181. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).