



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°274



CAPU0274

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 4 et 3.
- **B** est la somme des carrés de 4 et de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 13 + 64 \div 8 \quad \mathbf{D} = (5 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = (11 + 6) \times 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

467 divisé par 9 919 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 460 par 13 ? Justifier.

$$(a) 460 = 13 \times 35 + 5 \quad (b) 460 = 13 \times 34 + 18 \quad (c) 460 = 13 \times 36 - 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 138 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
865					
111					
7 880					
1 467					
9 146					

2. Dans le nombre $33\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 7 est un diviseur de 147.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°274



CAPU0274

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 65 - 5 \times 3 \quad B = 3 \times 9 - 2 \times 3$$

$$C = 86 - 4 \times (11 - 7) \quad D = 3 \times [34 - (5 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 4 + 8 + 7 = 57 \quad 6 + 9 + 5 \times 8 = 118$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 \quad F = 33 + 12,6 + 67 \quad G = 23 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 9 \times 9 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 35 ; 21 ; 14 ; 100 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 3 \quad B = (4 \times 5)^2 - 3$$

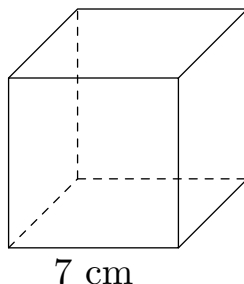
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 3$ et $B = (5a)^2 - 3$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 7 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 253 et 294.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°274



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$

$B = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 13 + 64 \div 8$ est une **somme** : c'est la somme de 13 et du quotient de 64 par 8.

$D = (5 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 7.

$E = (11 + 6) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 11 et 6 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 51 = 459 \leq 467 < 468 = 9 \times 52$: le quotient est 51, le reste $467 - 459 = 8$.

$467 = 9 \times 51 + 8$, avec $8 < 9$.

$18 \times 51 = 918 \leq 919 < 936 = 18 \times 52$: le quotient est 51, le reste $919 - 918 = 1$.

$919 = 18 \times 51 + 1$, avec $1 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $460 = 13 \times 35 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 13. ✓

(b) $460 = 13 \times 34 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $460 = 13 \times 36 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 35, reste 5.

Comme $5 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 460 par 35 : quotient 13, reste 5.

3. $138 = 12 \times 11 + 6$

En 11 soirs, elle lit 132 pages ; il lui en reste encore 6.

a) Il lui faut $11 + 1 = 12$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 6 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
865	non	non	oui	non	non
111	non	oui	non	non	non
7 880	oui	non	oui	non	oui
1 467	non	oui	non	oui	non
9 146	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°274



CAPU0274

Sommes des chiffres :

$$865 \rightarrow 8 + 6 + 5 = 19 \quad 111 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 \quad 7\,880 \rightarrow 7 + 8 + 8 + 0 = 23$$

$$1\,467 \rightarrow 1 + 4 + 6 + 7 = 18 \quad 9\,146 \rightarrow 9 + 1 + 4 + 6 = 20$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 3 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

Une seule solution : 330.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 7 est un diviseur de 147. » **Vrai.** $147 = 7 \times 21$: le reste de la division de 147 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 65 - 5 \times 3 = 65 - 15 = 50$

$$B = 3 \times 9 - 2 \times 3 = 27 - 6 = 21$$

$$C = 86 - 4 \times (11 - 7) = 86 - 4 \times 4 = 86 - 16 = 70$$

$$D = 3 \times [34 - (5 + 8)] = 3 \times [34 - 13] = 3 \times 21 = 63$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (4 + 8 + 7) = 3 \times (12 + 7) = 3 \times 19 = 57$$

$$6 + (9 + 5) \times 8 = 6 + 14 \times 8 = 6 + 112 = 118$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 = 4,5 \times (0,7 + 0,3) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 33 + 12,6 + 67 = 33 + 67 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 23 \times 9 = 23 \times (10 - 1) = 23 \times 10 - 23 \times 1 = 230 - 23 = 207$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$14 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 14 < 16 = 4^2) \quad 21 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2)$$

$$35 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°274



CAPU0274

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 3 = 4 \times 25 - 3 = 100 - 3 = 97$

$$B = (4 \times 5)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 3 = 5 \times 2^2 - 3 = 5 \times 4 - 3 = 20 - 3 = 17$$

$$B = (5a)^2 - 3 = (5 \times 2)^2 - 3 = 10^2 - 3 = 100 - 3 = 97$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 7 petits cubes sur 7 : $7^2 = 7 \times 7 = 49$.

a) On voit 49 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 7 couches de 49 petits cubes : $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$.

b) Il a utilisé 343 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $7 - 2 = 5$ petits cubes d'arête. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

c) 125 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 253 et 294. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).