



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°275



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 11 et du produit de 7 par 6.
- **B** est le produit de la somme de 11 et 7 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 4)^2 \quad D = 11 + 2 \times 7 \quad E = (5 + 7) \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

785 divisé par 9 1 935 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 310 par 8 ? Justifier.

$$(a) 310 = 8 \times 39 - 2 \quad (b) 310 = 8 \times 38 + 6 \quad (c) 310 = 8 \times 37 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 285 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 285 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
625					
5 476					
267					
9 459					
2 730					

2. Dans le nombre $5\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 121 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°275



CAPU0275

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 5 + 2 \times 5 \quad B = 36 \div 4 \times 5$$

$$C = (7 \times 5 - 2) \div 2 \quad D = [3 + 9 \times (11 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 - 7 + 8 \times 4 = 40 \quad 7 \times 7 \times 6 - 6 = 0$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 15 \times 101 \quad F = 4 \times 44 \times 25 \quad G = 36 \times 76 + 36 \times 24$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$11 \times 11 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 3 \times 5^2 = 15^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 90 ; 109 ; 13 ; 81 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 6 \quad B = (4 \times 4)^2 - 6$$

$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 20 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 40 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 165 et 220.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 11 + 7 \times 6 = 11 + 42 = 53$

$B = (11 + 7) \times 6 = 18 \times 6 = 108$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$D = 11 + 2 \times 7$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du produit de 2 par 7.

$E = (5 + 7) \times 5$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 5 et 7 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 87 = 783 \leq 785 < 792 = 9 \times 88$: le quotient est 87, le reste $785 - 783 = 2$.

$785 = 9 \times 87 + 2$, avec $2 < 9$.

$22 \times 87 = 1\,914 \leq 1\,935 < 1\,936 = 22 \times 88$: le quotient est 87, le reste $1\,935 - 1\,914 = 21$.

$1\,935 = 22 \times 87 + 21$, avec $21 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $310 = 8 \times 39 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $310 = 8 \times 38 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $310 = 8 \times 37 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 38, reste 6.

Comme $6 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 310 par 38 : quotient 8, reste 6.

3. $285 = 7 \times 40 + 5$

a) 285 jours font 40 semaines complètes et 5 jours.

Après 40 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 5 jours : dimanche → lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi.

b) Dans 285 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
625	non	non	oui	non	non
5 476	oui	non	non	non	non
267	non	oui	non	non	non
9 459	non	oui	non	oui	non
2 730	oui	oui	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°275



CAPU0275

Sommes des chiffres :

$$625 \rightarrow 6 + 2 + 5 = 13 \quad 5\,476 \rightarrow 5 + 4 + 7 + 6 = 22 \quad 267 \rightarrow 2 + 6 + 7 = 15$$

$$9\,459 \rightarrow 9 + 4 + 5 + 9 = 27 \quad 2\,730 \rightarrow 2 + 7 + 3 + 0 = 12$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 7 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12; \square = 3 : 15; \square = 6 : 18; \square = 9 : 21$$

4 solutions : 507, 537, 567, 597.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 810, somme des chiffres 9.

« 121 est un multiple de 7. » **Faux.** $121 = 7 \times 17 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 5 + 2 \times 5 = 5 + 10 = 15$

$$B = 36 \div 4 \times 5 = 9 \times 5 = 45$$

$$C = (7 \times 5 - 2) \div 2 = (35 - 2) \div 2 = 33 \div 2 = 16,5$$

$$D = [3 + 9 \times (11 - 4)] \div 2 = [3 + 9 \times 7] \div 2 = [3 + 63] \div 2 = 66 \div 2 = 33$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 - 7 + 8) \times 4 = (2 + 8) \times 4 = 10 \times 4 = 40$$

$$7 \times 7 \times (6 - 6) = 7 \times 7 \times 0 = 49 \times 0 = 0$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 15 \times 101 = 15 \times (100 + 1) = 15 \times 100 + 15 \times 1 = 1\,500 + 15 = 1\,515$$

$$F = 4 \times 44 \times 25 = 4 \times 25 \times 44 = 100 \times 44 = 4\,400$$

$$G = 36 \times 76 + 36 \times 24 = 36 \times (76 + 24) = 36 \times 100 = 3\,600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $11 \times 11 = 11^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 3 \times 5^2 = 15^2 \text{ » Faux. } 3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75, \text{ alors que } 15^2 = 225. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$13 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 13 < 16 = 4^2) \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 90 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2)$$

$$109 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°275



CAPU0275

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 6 = 4 \times 16 - 6 = 64 - 6 = 58$

$$B = (4 \times 4)^2 - 6 = 16^2 - 6 = 256 - 6 = 250$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 20 = 2^2 + 20 = 4 + 20 = 24 \text{ et } 9x = 9 \times 2 = 18.$$

24 $\neq$ 18 : l'égalité est fausse pour $x = 2$.

$$\text{Pour } x = 5 : x^2 + 20 = 5^2 + 20 = 25 + 20 = 45 \text{ et } 9x = 9 \times 5 = 45.$$

45 = 45 : l'égalité est vraie pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 5 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 40 :

$$6^2 = 36 \leq 40 \text{ et } 7^2 = 49 > 40.$$

a) Elle mettra 6 dalles sur chaque côté.

$$40 - 36 = 4$$

b) Il lui restera 4 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 165 et 220. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).