



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°276



CAPU0276

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 3.
- **B** est le double du carré de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 6^2 \quad D = (1 + 2)^3 \quad E = 4^2 + 1^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

803 divisé par 6 367 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 295 par 9 ? Justifier.

$$(a) 295 = 9 \times 32 + 7 \quad (b) 295 = 9 \times 33 - 2 \quad (c) 295 = 9 \times 31 + 16$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 226 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
905					
2 070					
8 613					
7 694					
201					

2. Dans le nombre $48\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 137.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°276



CAPU0276

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 79 - 3 \times 4 \quad B = 30 \div 5 \times 4$$

$$C = (8 + 7) \times 5 - 9 \quad D = 5 \times [31 - (2 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 7 + 4 \times 5 = 85 \quad 5 - 2 + 2 \times 5 = 25$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 63 \times 125 \quad F = 17 \times 11 + 17 \times 89 \quad G = 24 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 8 + 8 + 8 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 3^3 = 9 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

58 ; 117 ; 64 ; 81 ; 125 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 7 \quad B = (4 \times 6)^2 - 7$$

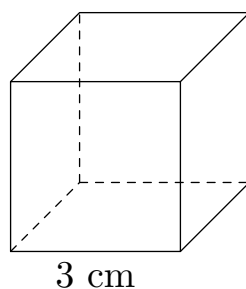
$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 2$ et $B = (5a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



3 cm

a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 57 et 111.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

$B = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 6^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 6.

$D = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$E = 4^2 + 1^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 133 = 798 \leq 803 < 804 = 6 \times 134$: le quotient est 133, le reste $803 - 798 = 5$.

$803 = 6 \times 133 + 5$, avec $5 < 6$.

$12 \times 30 = 360 \leq 367 < 372 = 12 \times 31$: le quotient est 30, le reste $367 - 360 = 7$.

$367 = 12 \times 30 + 7$, avec $7 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $295 = 9 \times 32 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $295 = 9 \times 33 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $295 = 9 \times 31 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 32, reste 7.

Comme $7 < 32$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 295 par 32 : quotient 9, reste 7.

3. $226 = 12 \times 18 + 10$, avec $10 < 12$

a) Elle remplit 18 boîtes pleines.

b) Il reste 10 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
905	non	non	oui	non	non
2 070	oui	oui	oui	oui	oui
8 613	non	oui	non	oui	non
7 694	oui	non	non	non	non
201	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°276



CAPU0276

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 905 &\rightarrow 9 + 0 + 5 = 14 & 2\,070 &\rightarrow 2 + 0 + 7 + 0 = 9 & 8\,613 &\rightarrow 8 + 6 + 1 + 3 = 18 \\ 7\,694 &\rightarrow 7 + 6 + 9 + 4 = 26 & 201 &\rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 8 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 480.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 34 est pair mais $34 = 3 \times 11 + 1$.
« 8 est un diviseur de 137. » **Faux.** $137 = 8 \times 17 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 79 - 3 \times 4 = 79 - 12 = 67$

$$B = 30 \div 5 \times 4 = 6 \times 4 = 24$$

$$C = (8 + 7) \times 5 - 9 = 15 \times 5 - 9 = 75 - 9 = 66$$

$$D = 5 \times [31 - (2 + 7)] = 5 \times [31 - 9] = 5 \times 22 = 110$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 7 + 4) \times 5 = (13 + 4) \times 5 = 17 \times 5 = 85$$

$$(5 - 2 + 2) \times 5 = (3 + 2) \times 5 = 5 \times 5 = 25$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 63 \times 125 = 8 \times 125 \times 63 = 1\,000 \times 63 = 63\,000$$

$$F = 17 \times 11 + 17 \times 89 = 17 \times (11 + 89) = 17 \times 100 = 1\,700$$

$$G = 24 \times 9 = 24 \times (10 - 1) = 24 \times 10 - 24 \times 1 = 240 - 24 = 216$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $6 \times 6 = 6^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $3^3 = 9$ » **Faux.** $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

« $8^2 = 16$ » **Faux.** $8^2 = 8 \times 8 = 64$. L'exposant ne multiplie pas : $8 \times 2 = 16$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 58 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 58 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$117 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 117 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°276



CAPU0276

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 7 = 4 \times 36 - 7 = 144 - 7 = 137$

$$B = (4 \times 6)^2 - 7 = 24^2 - 7 = 576 - 7 = 569$$

$$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$$

$$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 2 = 5 \times 2^2 - 2 = 5 \times 4 - 2 = 20 - 2 = 18$$

$$B = (5a)^2 - 2 = (5 \times 2)^2 - 2 = 10^2 - 2 = 100 - 2 = 98$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 57 et 111. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).