



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°277



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 4 et 5 par 2.
- **B** est la somme de 4 et du produit de 5 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 6 \times (5 - 3) \quad D = 6^2 - 30 \quad E = 9 + 3 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

736 divisé par 6 459 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 524 par 13 ? Justifier.

$$(a) 524 = 13 \times 39 + 17 \quad (b) 524 = 13 \times 40 + 4 \quad (c) 524 = 13 \times 41 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 264 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 801					
8 644					
2 720					
655					
831					

2. Dans le nombre $5\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 8 est un diviseur de 147.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°277



CAPU0277

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 49 - 4 + 13 \quad B = 40 \div 8 \times 4$$

$$C = (3 + 8) \times 2 - 8 \quad D = 5 \times [28 - (7 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 6 - 2 + 2 = 18 \quad 7 \times 9 - 3 - 7 = 35$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 \quad F = 25 + 7,8 + 75 \quad G = 19 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 6 + 6 + 6 \quad 12 \times 12 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000 \quad (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

33 ; 46 ; 49 ; 34 ; 8 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 1 \quad B = (5 \times 6)^2 - 1$$

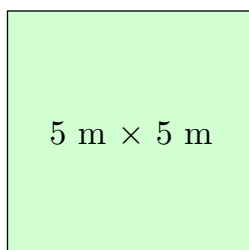
$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 7$ et $B = (5x)^2 - 7$. Calculer A et B pour $x = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 157 et 204.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°277



CAPU0277

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 5) \times 2 = 9 \times 2 = 18$

$B = 4 + 5 \times 2 = 4 + 10 = 14$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6 \times (5 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 5 et 3.

$D = 6^2 - 30$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 30.

$E = 9 + 3 \times 5$ est une **somme** : c'est la somme de 9 et du produit de 3 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 122 = 732 \leq 736 < 738 = 6 \times 123$: le quotient est 122, le reste $736 - 732 = 4$.

$736 = 6 \times 122 + 4$, avec $4 < 6$.

$15 \times 30 = 450 \leq 459 < 465 = 15 \times 31$: le quotient est 30, le reste $459 - 450 = 9$.

$459 = 15 \times 30 + 9$, avec $9 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $524 = 13 \times 39 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b) $524 = 13 \times 40 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 13. ✓

(c) $524 = 13 \times 41 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 40, reste 4.

Comme $4 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 524 par 40 : quotient 13, reste 4.

3. $264 = 20 \times 13 + 4$

En 13 soirs, elle lit 260 pages ; il lui en reste encore 4.

a) Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 4 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 801	non	oui	non	oui	non
8 644	oui	non	non	non	non
2 720	oui	non	oui	non	oui
655	non	non	oui	non	non
831	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°277



CAPU0277

Sommes des chiffres :

$$9\ 801 \rightarrow 9 + 8 + 0 + 1 = 18 \quad 8\ 644 \rightarrow 8 + 6 + 4 + 4 = 22 \quad 2\ 720 \rightarrow 2 + 7 + 2 + 0 = 11$$
$$655 \rightarrow 6 + 5 + 5 = 16 \quad 831 \rightarrow 8 + 3 + 1 = 12$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 9 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 15; \square = 4 : 18; \square = 7 : 21$$

3 solutions : 519, 549, 579.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 12 est divisible par 3 ($12 = 3 \times 4$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 8 est un diviseur de 147. » **Faux.** $147 = 8 \times 18 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 49 - 4 + 13 = 45 + 13 = 58$

$$B = 40 \div 8 \times 4 = 5 \times 4 = 20$$

$$C = (3 + 8) \times 2 - 8 = 11 \times 2 - 8 = 22 - 8 = 14$$

$$D = 5 \times [28 - (7 + 7)] = 5 \times [28 - 14] = 5 \times 14 = 70$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (6 - 2) + 2 = 4 \times 4 + 2 = 16 + 2 = 18$$

$$7 \times (9 - 3) - 7 = 7 \times 6 - 7 = 42 - 7 = 35$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 = 12,5 \times (0,25 + 0,75) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 25 + 7,8 + 75 = 25 + 75 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 19 \times 99 = 19 \times (100 - 1) = 19 \times 100 - 19 \times 1 = 1\ 900 - 19 = 1\ 881$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $12 \times 12 = 12^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (1 + 3)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 33 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 33 < 36 = 6^2)$$

$$34 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 34 < 36 = 6^2) \quad 46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°277



CAPU0277

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 1 = 5 \times 36 - 1 = 180 - 1 = 179$

$$B = (5 \times 6)^2 - 1 = 30^2 - 1 = 900 - 1 = 899$$

$$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$$

$$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 7 = 5 \times 2^2 - 7 = 5 \times 4 - 7 = 20 - 7 = 13$$

$$B = (5x)^2 - 7 = (5 \times 2)^2 - 7 = 10^2 - 7 = 100 - 7 = 93$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$5 \times 5 = 25$$

a) Il faut 25 carreaux le long d'un côté.

$$25 \text{ rangées de } 25 \text{ carreaux : } 25^2 = 25 \times 25 = 625$$

b) Il faut 625 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 157 et 204. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).