



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°278



CAPU0278

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 2 \times 8^2 - 18 \quad \mathbf{D} = (1 + 5)^2 \quad \mathbf{E} = (12 + 8) \times 7$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

210 divisé par 8      1 403 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 509 par 14 ? Justifier.

$$(a) 509 = 14 \times 37 - 9 \quad (b) 509 = 14 \times 36 + 5 \quad (c) 509 = 14 \times 35 + 19$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 189 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 2 258  |       |       |       |       |        |
| 3 100  |       |       |       |       |        |
| 775    |       |       |       |       |        |
| 537    |       |       |       |       |        |
| 1 881  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $2\square4$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 221 est un multiple de 9.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°278



CAPU0278

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 4 \times 5 \quad B = 54 \div 6 \times 4$$

$$C = (12 + 4) \times 6 - 18 \quad D = 3 \times [39 - (6 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 9 - 2 - 4 = 52 \quad 4 \times 4 + 6 \times 2 = 64$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 22 \times 11 \quad F = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 \quad G = 77 + 7,8 + 23$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 2 + 2 + 2 \quad 10 \times 10 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 115 ; 30 ; 47 ; 144 ; 36

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 4 \quad B = (4 \times 6)^2 - 4$$

$$C = 5^2 + 1^2 \quad D = (5 + 1)^2$$

2. L'égalité  $n^2 + 6 = 7n$  est-elle vraie pour  $n = 6$  ? Pour  $n = 3$  ?

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 161 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 151 et 207.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°278



CAPU0278

## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 2 \times 8^2 - 18$  est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 8 et 18.

$D = (1 + 5)^2$  est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 5.

$E = (12 + 8) \times 7$  est un **produit** : c'est le produit de la somme de 12 et 8 par 7.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $8 \times 26 = 208 \leq 210 < 216 = 8 \times 27$  : le quotient est 26, le reste  $210 - 208 = 2$ .

$210 = 8 \times 26 + 2$ , avec  $2 < 8$ .

$16 \times 87 = 1\,392 \leq 1\,403 < 1\,408 = 16 \times 88$  : le quotient est 87, le reste  $1\,403 - 1\,392 = 11$ .

$1\,403 = 16 \times 87 + 11$ , avec  $11 < 16$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 14$  » :

(a)  $509 = 14 \times 37 - 9$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(b)  $509 = 14 \times 36 + 5$  : le reste 5 est bien inférieur à 14. ✓

(c)  $509 = 14 \times 35 + 19$  : le « reste » 19 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

**C'est l'égalité (b) : quotient 36, reste 5.**

Comme  $5 < 36$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 509 par 36 : quotient 14, reste 5.

3.  $189 = 6 \times 31 + 3$ , avec  $3 < 6$

a) Elle remplit 31 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 2 258  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 3 100  | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |
| 775    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 537    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 1 881  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°278



CAPU0278

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\ 258 &\rightarrow 2 + 2 + 5 + 8 = 17 & 3\ 100 &\rightarrow 3 + 1 + 0 + 0 = 4 & 775 &\rightarrow 7 + 7 + 5 = 19 \\ 537 &\rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 & 1\ 881 &\rightarrow 1 + 8 + 8 + 1 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres :  $2 + \square + 4 = 6 + \square$ . Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 3 : 9 ; \square = 6 : 12 ; \square = 9 : 15$$

**4 solutions : 204, 234, 264, 294.**

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car  $9 = 3 \times 3$ . Exemple : 936, somme des chiffres 18.

« 221 est un multiple de 9. » **Faux.**  $221 = 9 \times 24 + 5$  : le reste n'est pas nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 22 + 4 \times 5 = 22 + 20 = 42$

$$B = 54 \div 6 \times 4 = 9 \times 4 = 36$$

$$C = (12 + 4) \times 6 - 18 = 16 \times 6 - 18 = 96 - 18 = 78$$

$$D = 3 \times [39 - (6 + 3)] = 3 \times [39 - 9] = 3 \times 30 = 90$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (9 - 2) - 4 = 8 \times 7 - 4 = 56 - 4 = 52$$

$$4 \times (4 + 6 \times 2) = 4 \times (4 + 12) = 4 \times 16 = 64$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 22 \times 11 = 22 \times (10 + 1) = 22 \times 10 + 22 \times 1 = 220 + 22 = 242$$

$$F = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 = 1,5 \times (0,25 + 0,75) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 77 + 7,8 + 23 = 77 + 23 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$      $10 \times 10 = 10^2$      $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2.  $6^2 = 6 \times 6 = 36$      $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$      $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. «  $10^3 = 1\ 000$  » **Vrai.**  $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$  : un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (3 + 1)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 30 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 30 < 36 = 6^2)$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 47 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2)$$

$$115 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



## Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 4 \times 6^2 - 4 = 4 \times 36 - 4 = 144 - 4 = 140$

$$B = (4 \times 6)^2 - 4 = 24^2 - 4 = 576 - 4 = 572$$

$$C = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$$

$$D = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$  : dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $4 \times 6$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 6 = 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42 \text{ et } 7n = 7 \times 6 = 42.$$

**42 = 42 : l'égalité est vraie pour  $n = 6$ .**

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 6 = 3^2 + 6 = 9 + 6 = 15 \text{ et } 7n = 7 \times 3 = 21.$$

**15  $\neq$  21 : l'égalité est fausse pour  $n = 3$ .**

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour  $n = 1$ , et seulement pour 6 et 1.)

## Exercice 7 — Correction

1. Un carré de  $n$  dalles de côté en utilise  $n \times n = n^2$ . On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 161 :

$$12^2 = 144 \leq 161 \text{ et } 13^2 = 169 > 161.$$

**a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.**

$$161 - 144 = 17$$

**b) Il lui restera 17 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 151 et 207. »  $\rightarrow$  encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. »  $\rightarrow$  reste : 169.

**Le nombre mystère est 169 ( $169 = 13^2$ ).**